

Estudio sobre discriminación y clasificación
de poblaciones pre-hispánicas del
N. O. Argentino

JOSE A. COCILOVO

Publicación Ocasional N° 36

MUSEO NACIONAL DE HISTORIA NATURAL

SANTIAGO DE CHILE

1981

I N D I C E

ABSTRACT	3
RESUMEN	3
INTRODUCCION	4
EL MATERIAL	10
LA METODOLOGIA EMPLEADA	15
RESULTADOS	19
DISCUSION	25
CONCLUSIONES	39
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	45
APENDICE	51



Estudio sobre discriminación y clasificación de poblaciones pre-hispánicas del N. O. argentino.

José A. Cocilovo (*)

ABSTRACT

The variation of nine craneometric variables among twelve prehistoric populations is analysed using Mahalanobis D^2 statistic, discriminatory function and other multivariate procedures. 80% of the total variation may be attributed to the geographic distance which separate the archeological sites at which the osteometric material was obtained. Anthropology implications of the findings are discussed.

RESUMEN

Un conjunto de nueve variables craneométricas observadas en doce poblaciones extinguidas fueron analizadas usando las técnicas de análisis multivariado (D^2 de Mahalanobis, funciones discriminatorias, etc.) y del análisis de conglomerado (Cluster Analysis) para que al optimizar la faz comparativa del estudio, se pudiesen alcanzar conclusiones más objetivas que con los procedimientos tradicionales. El 80% de la variación total puede ser atribuida a la distancia geográfica que corresponde a los sitios arqueológicos de los cuales se obtuvo la data osteométrica. La reclasificación de las observaciones por las funciones discriminantes permitió estudiar la estructura interna de cada grupo para alcanzar una síntesis final a modo de diagnóstico antropológico.

(*) Profesor de Antropología y Evolución, Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales, Universidad de Río Cuarto, República Argentina.

El presente trabajo, con ligeras modificaciones fue presentado por el autor como Informe Final, Beca de Perfeccionamiento, CONICET, República Argentina, octubre de 1976.

INTRODUCCION

La especie humana actual es de naturaleza politípica puesto que se encuentra representada por un cierto número de unidades taxonómicas llamadas raza, más o menos definidas desde el punto de vista de su localización geográfica y de su caracterización morfológica y fisiológica. Estas entidades están integradas por un conjunto de poblaciones susceptibles de ser reconocidas, en el mejor de los casos, si las diferencias entre ellas son mayores que la variación observada entre los individuos que la componen.

A pesar del desacuerdo en el número y hasta en la individualización de estas unidades, cuyo testimonio más fiel lo constituyen los variados sistemas clasificatorios existentes en la actualidad, cuando trabajamos con poblaciones actuales el diagnóstico racial puede ser aproximado dentro de límites aceptables. Sin embargo, la eficiencia de esta tarea se torna mucho más dudosa cuando el material de estudio se compone de restos óseos de comunidades hoy extinguidas. Aunque en ambos casos la discusión sobre la metodología, tanto como las variables empleadas sea necesaria, en este último adquiere especial importancia por el verdadero estado de incertidumbre que sobrevive a las tradicionales determinaciones raciales. La ineficacia de estos procedimientos resulta por demás evidente, toda vez que partiendo de la información contenida en las tablas y cuadros taxonómicos disponibles, intentamos establecer las relaciones de parentesco entre varias poblaciones con el objeto de explicar el poblamiento de una determinada región.

Pareciera que una actitud tradicional, reacia a aceptar a la diversidad y al cambio como dos características esenciales de la vida ha ejercido su influencia en el desarrollo tanto de las ciencias naturales como de la antropología física. En las primeras constituye un claro ejemplo la concepción tipológica de la taxonomía clásica, concepción que subyace también implícitamente en la mayoría de los métodos y de las clasificaciones antropológicas. En tal sentido, debemos reconocer que la somatometría, a través de la elaboración de intervalos artificiales para los índices, no hacía nada más que disfrazar una realidad de naturaleza específicamente continua, y debemos aceptar también que el hecho de disponer un esquema taxonómico para nuestro territorio, inspirados en la misma corriente de pensamiento, hoy poco nos ayudan a resolver los problemas que plantea el estudio de nuestra disciplina. Una clara exposición de lo expresado en este párrafo ha sido realizado por Mayr (1968 :20-22-32-33) también a través de la síntesis bibliográfica de Comas (1966: 534-

594) se pueden evaluar las perspectivas de las clasificaciones disponibles en antropología física.

En efecto, en tales clasificaciones (vr. Imbelloni 1938, Canals Frau (1953) se describen un conjunto de categorías subespecíficas llamadas razas, localizadas en áreas más o menos determinadas geográficamente (Andinos en la región andina, Pámpidos en la Pampa y en la Patagonia, Fueguinos en Tierra del Fuego, etc.) y poseedores en muchos casos de una cultura que les era propia y permitía diferenciarlas. Con el correr de los años, ante la afluencia de nueva información, estos primeros modelos fueron modificados principalmente en los bordes de las áreas ocupadas por cada unidad racial, admitiendo la existencia de grupos metamórficos entre ellas (Imbelloni 1958) o a través de la creación de nuevas entidades como los Huarpes (Canals Frau *op. cit.*: 373-393). Si bien es posible que dichos esquemas taxonómicos se ajusten a la realidad a un cierto nivel de organización, cada día se torna más difícil su empleo como herramienta de trabajo, en cuanto a la calidad y a la cantidad de información proporcionada. La aparente homogeneidad somática que presentan algunas regiones ocupadas por un mismo tipo racial, hoy se destacan por constituir un verdadero mosaico de poblaciones que señalan una realidad más rica en formas y en perspectivas para la investigación de la evolución humana.

Al describir una serie craneológica, no era difícil encontrarse en una verdadera encrucijada imposible de sortear, porque la comparación directa de varios índices, frecuentemente conducía a la conclusión de que los ejemplares en conjunto reflejaban, por un rasgo u otro, a varios de los modelos raciales tradicionalmente aceptados y a ninguno en particular. Un breve repaso de la literatura antropológica sobre nuestro territorio es por demás ilustrativo al respecto. Muchas veces las series descritas poseen algo de lágido, también de pámpido y porque no de ándido. Todo parecía indicar que una determinada colección era siempre el resultado del mestizaje de grupos que funcionaban como modelos fijos e invariables en el espacio y en el tiempo, como si los métodos hubiesen sido inconscientemente preparados para obtener siempre el mismo resultado: la heterogénea realidad antropológica, más aparente que real, podía y más que podía, debía ser resuelta por la intervención de los mismos componentes en proporciones variables, de acuerdo a la mayor o menor distancia del lugar de origen supuesto para cada uno de ellos. En algunos casos, si la nueva colección estudiada provenía de una región dominada por un grupo racial previamente determinado el resultado era obvio, los restos eran atribuidos a dicho grupo racial. En otras oportunidades, también una serie craneológica podría ser explicada como el resultado de la miscegenación de dos o más tipos raciales, suponiendo a

nuestro parecer, ilícitamente, que una población humana podía trasladarse de un territorio a otro sin sufrir costo alguno en su acervo genético. Al final de la tarea antropológica, el diagnóstico racial surgía acompañado por un margen de incertidumbre considerable.

Sin embargo las opiniones expuestas anteriormente, no implican necesariamente una actitud negativa hacia las grandes entidades raciales aceptadas para la porción austral de nuestro continente, ni mucho menos su discusión constituye el objetivo que guió la realización de los trabajos que se relatan en el presente informe. Pero si justifican, la necesidad de elegir una nueva alternativa para conducir la investigación en antropología biológica que permita superar los problemas señalados y aproximarnos de una manera más eficiente a la explicación de la historia biológica del hombre.

En tal sentido se debe dar prioridad a los estudios de carácter local que puedan en un futuro ser integrados regionalmente, con el objeto de aportar información sobre el origen y desarrollo de las poblaciones y de sus interacciones recíprocas. También en este mismo orden, es necesario dar una mayor precisión al diagnóstico antropológico con el objeto de que éste sea realmente una verdadera contribución a los estudios prehistóricos. La estimación de las semejanzas y de las diferencias entre los individuos, entre un individuo y un conjunto dado o entre grupos de individuos, no puede ser inferido libremente, sin otras herramientas que la experiencia y muchas veces la intuición personal del investigador. Es preciso recurrir a métodos y a técnicas de comparación que permitan resolver el problema de una forma más científica y acorde con la naturaleza del mismo.

Debemos reconocer que tanto en nuestro país como en países vecinos, nunca fueron discutidos adecuadamente los factores tiempo, espacio y cultura, ni desde el punto de vista teórico analizada su intervención en la diferenciación biológica de las poblaciones humanas. Esto sin duda, se debió, en parte al menos, a la carencia de la información básica necesaria y a la escasa importancia atribuida a las diferentes morfologías locales que presentaban los materiales provenientes de una misma región, circunstancia esta última que ya había sido observada por Constanzó (1942 : 280) al estudiar los restos de Valles Calchaquíes. Sin embargo, esta explicación que surge razonablemente, no llega a satisfacer del todo. Es posible presumir que aún disponiendo de todos los datos, nos veríamos en un grave aprieto para interpretarlos, porque tanto antes como ahora se verifica el mismo fenómeno: la carencia de un marco teórico y metodológico adecuado para explicar la evolución de nuestras comunidades indígenas. Aceptar esto, significa hacer las previsiones nece-

sarias para evitar un estancamiento a corto plazo de nuestra disciplina, al verse superada por una masa de información cada día más abundante provista por los nuevos descubrimientos arqueológicos(1).

Si bien el presente trabajo adolece de los mismos defectos antes señalados, esto no indica una falta de preocupación acerca del problema. No dudamos del carácter de conglomerado que poseen varias de las colecciones aquí empleadas, ni de su pertenencia a culturas y períodos diferentes. La imprecisión de los datos disponibles, sino la total carencia de ellos determinó que la inclusión de tales variables en el análisis general fuera imposible, excepto para explicar alguna situación particular. A pesar de todo, teniendo en cuenta que la información de partida fue toda la disponible en la actualidad, los resultados obtenidos son por demás satisfactorios y, como veremos más adelante, quizás no hayan sido demasiado influidos por aquellos factores.

Siguiendo a Mayr (*op. cit.*: 151-153) el deme o la población local, puede ser considerado como la unidad biológica fundamental entre el nivel de integración individual y el específico. Entonces desde el punto de vista operativo resulta útil pensar, de acuerdo con la evidencia disponible que la especie humana, como cualquier otra especie animal, salvando las distancias, se encuentra organizada también en poblaciones o más precisamente demes. Estas entidades constituyen conjuntos de individuos semejantes que habitan dentro de un área determinada, entre los cuales la frecuencia de entrecruzamientos es mayor que entre ellos y los integrantes de otras poblaciones. Como consecuencia de esta endogamia parcial y de la interacción genotipo-ambiente, se produce la selección de un fenotipo adaptado a las particulares condiciones locales, y diferenciable, al menos potencialmente del correspondiente a otros demes cercanos,

Si consideramos en conjunto a los individuos de una región más o menos amplia, veremos que sus características morfológicas y fisiológicas varían geográfica y cronológicamente, en forma continua,pe

(1) El enunciado contenido en este párrafo y en otros de igual naturaleza, hoy quizás deben ser revisados a la luz de los numerosos aportes realizados por autores chilenos en el campo de la genética de poblaciones (Covarrubias 1965, Cruz-Coke et. al. 1966, Cruz-Coke et. al., 1967), Cruz-Coke 1976; Chacraborty, et. al. 1976; Rothhammer 1973-1977, Cruz-Coke et. al. 1971, Rothhammer et. al. 1975, etc.). A pesar de ello se ha preferido mantener la redacción original terminada en 1976 con el objeto de encarar posteriormente, luego de su publicación, una revisión y actualización del trabajo completo.

ro alcanzando valores típicos en unidades discretas, en cuanto a su densidad, llamadas poblaciones. Esta concepción del fenómeno que constituye nuestro objeto de estudio es de particular importancia, pues al reemplazar la interpretación tipológica de la variación humana por una explicación estadística permite una aproximación más científica para su estudio.

Consecuente con lo anterior expresado, nuestro programa de investigación debía entonces cumplir una serie de proyectos parciales que permitieran cubrir los siguientes objetivos: 1) comprobar si en el área elegida y con la información disponible, habían existido más de una población desde el punto de vista bio-antropológico; 2) si el análisis de las semejanzas y de las diferencias entre ellas nos permitiría inferir sus relaciones de parentesco y con ello construir un esquema taxonómico; 3) si existía algún tipo de correlación entre las diferencias morfológicas y las distancias espaciales entre las poblaciones; 4) comprobada la existencia de varias poblaciones analizar la correcta asignación original de los individuos a cada una de ellas y, 5) si era posible confeccionar una técnica que en un futuro nos permitiera clasificar un nuevo individuo o un conjunto de ellos en alguna de las poblaciones previamente determinadas.

Sin embargo, no era posible desarrollar las etapas antes mencionadas, sin tener un conocimiento más o menos aproximado de la variación intramuestral de la morfología craneana y de las causas que la provocaban. Correlativamente, al estudio de la variación individual se sumaba además otro problema: el de conocer la verdadera información transmitida por las variables craneométricas tradicionales. Para ello se efectuaron una serie de trabajos empleando los datos publicados por Marelli (1914) con relación a la colección de Patagones de Chubut (República Argentina) y por Mac Curdy (1923) con respecto a la de Paucarcancha (Perú), a partir de los cuales fue posible aproximarse a la información requerida y evaluar los efectos del sexo y de la deformación artificial sobre los caracteres métricos del cráneo humano (Cocilovo, 1973, 1975 y 1978). Completado sumariamente este momento previo de la investigación, se dio comienzo al siguiente referido al estudio comparativo, y en forma simultánea, de las colecciones craneológicas publicadas e inéditas, disponibles del noroeste argentino y de regiones vecinas.

Un primer ensayo fue realizado en el año 1973, empleando colecciones provenientes de Perú, Bolivia, Chile y la República Argentina. Los resultados de esta experiencia señalaban una notable diferencia morfológica entre las poblaciones del N.O. argentino y entre éstas y las provenientes de las restantes áreas consideradas (Co-

cilovo y Marcellino 1973). Esto por un lado parecía contrariar el concepto por demás generalizado de la homogeneidad racial de tipo ándido en aquella región y, por el otro brindaba una primera explicación sobre la incertidumbre que siempre acompañaba a los tradicionales diagnósticos antropológicos.

En efecto, comparando aritméticamente los promedios de una serie proveniente de la región andina, seguramente por la proximidad de éstos con aquellos obtenidos en materiales de la misma zona, concluíamos con su clasificación dentro del grupo racial correspondiente. Pero la indeterminación subyacente persistía porque nunca se lograba la identidad absoluta entre dichos valores. La nueva serie asignada al grupo racial ándido se parecía a las demás incluidas dentro del mismo, pero no totalmente. Siempre quedaba una diferencia variable cuya magnitud no podía ser evaluada correctamente, y frente a esta circunstancia era desechada como producto caprichoso del azar. Si al efectuar la comparación antes mencionada, "para ser más rigurosos", teníamos en cuenta además de los promedios, el rango o la amplitud de variación de cada carácter métrico, nunca una colección podía ser definitivamente separada de las restantes, por el extremo grado de solapamiento que presentaban las variables, incluso si se tomaban como referencia a materiales de regiones distantes, dominadas por otros grupos raciales.

Si en cambio aceptamos que los caracteres morfológicos varían en forma continua de una región a otra y de un punto a otro del tiempo, tornándose sus observaciones particulares más densas en probabilidad alrededor de ciertos valores típicos que representan la selección local de un fenotipo óptimo, entonces surge sin dudas que el fenómeno objeto de nuestro estudio, por su naturaleza, exige un tratamiento metodológico basado en el empleo de técnicas de análisis numérico, en particular de índole estadística que nos permiten efectuar comparaciones mucho más eficientes y tomar decisiones cuando prevalecen condiciones de incertidumbre.

A este nivel no resulta del todo audaz pensar que aquellas diferencias entre las colecciones de la región andina que antes eran desechadas y hoy son puestas de manifiesto, nos brindan nuevas perspectivas para que la investigación de las causas que las provocaron nos aproximen en la reconstrucción de la historia biológica de las poblaciones que en ella habitaron.

EL MATERIAL

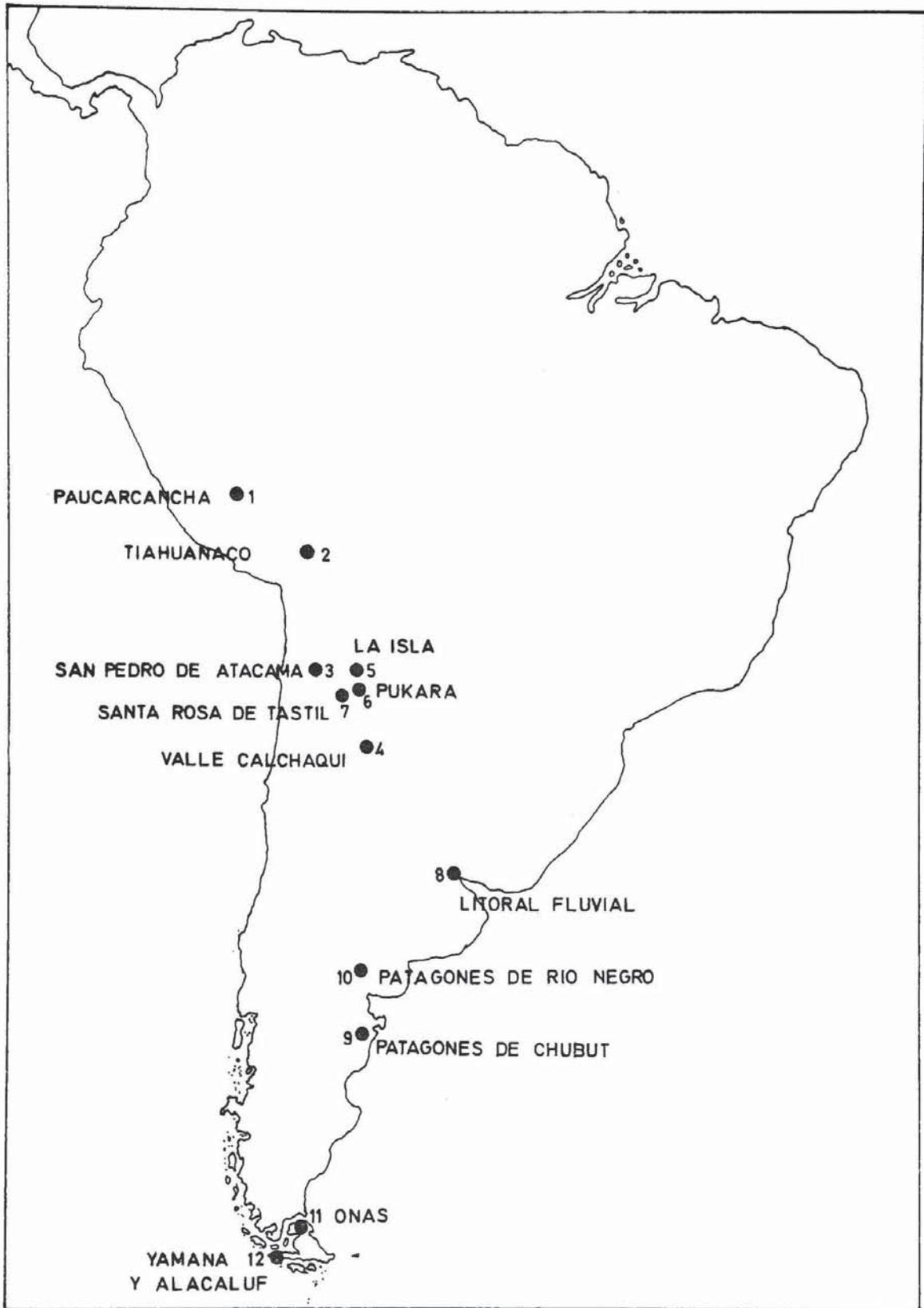
Para dar cumplimiento a los objetivos enunciados anteriormente, era necesario disponer de una información que si bien no podía ser considerada representativa de la totalidad de las poblaciones humanas que existieron en nuestro territorio, al menos fuera toda la disponible hasta el momento. Es así que procedimos a recolectar un variado conjunto de datos contenidos en colecciones craneológicas publicadas e inéditas, cuyos materiales habían sido obtenidos en algunos casos de un solo yacimiento y en otros, de varios lugares próximos entre sí. Dichas colecciones, provienen de Perú, Chile, Bolivia, N.O. argentino, litoral fluvial, Patagonia y Tierra del Fuego. Con ello la tarea comparativa se desarrolló desde una perspectiva más amplia, en cuanto diversidad de formas posibles que si nos hubiésemos restringido solamente a la zona de nuestro noroeste. La distribución geográfica de las colecciones estudiadas puede ser observada en el mapa (Fig. 1).

Sin embargo, no toda la información recogida fue empleada para la realización de este trabajo, por las razones que a continuación apuntamos. En primer lugar fueron elegidas nueve variables métricas: diámetro frontal mínimo, diámetro prostion-basion, diámetro nasion-prostion, anchura orbitaria, anchura bicigomática, altura orbitaria, altura nasal, anchura del paladar y longitud del paladar. Esta elección se realizó en base a nuestra experiencia anterior, por la escasa influencia que la deformación artificial podía haber ejercido sobre ellas. En segundo lugar, cada colección fue sometida a un prolijo trabajo de selección y depuración, descartando los ejemplares de edad infantil y juvenil, y todos aquellos que no poseían datos completos para las variables métricas consideradas. Esta última operación significó la eliminación de más de 50% de los datos originalmente almacenados. En tercer lugar, quedaba el problema de controlar el efecto del dimorfismo sexual sobre la posición de los centroides de cada colección, lo que podía perturbar quizás, los resultados de nuestro análisis. En un principio pensamos que igualando el número de ejemplares por sexo, dentro de cada muestra, conseguiríamos solucionar el problema, pero luego descartamos esta idea por su costo demasiado elevado en cuanto a la pérdida de información y además por la indeterminación de dicho carácter en algunas series y la inseguridad de su diagnóstico eficaz en las restantes. Con todo alcanzamos a reunir 682 observaciones de 9 variables, lo que constituye un total de 6 138 datos métricos procesados.

A continuación ofrecemos algunos detalles de cada una de las colecciones que fueron empleadas en nuestro trabajo,

FIG. 1

UBICACION APROXIMADA DE LAS COLECCIONES ESTUDIADAS



1. Colección Paucarcancha (Perú)

En 1923 Mac Curdy, describió un conjunto de materiales óseos humanos recolectados en 1914 y 1915 por la expedición dirigida por el Prof. Hiran Bingham, en las altiplanicies que se extienden al N.O. del Cuzco. Durante dicha expedición se efectuaron excavaciones en varias localidades como Paucarcancha, Patallacta, Torontoy, Huata, etc., ubicadas en la zona del valle del río Urubamba. La información craneométrica correspondiente a los restos extraídos del yacimiento mencionado en primer lugar, figura en las tablas al final del trabajo de Mac Curdy (*op. cit.*: 292-299) y comprende a 118 individuos desde adultos jóvenes a seniles: 64 masculinos; 50 femeninos y 4 de sexo indefinido. En dichas tablas se mencionan el sexo, la edad y la presencia o ausencia de deformación artificial de tipo circunferencial. Luego de practicada la selección de la información, quedaron solamente 64 observaciones que poseían todos los valores para cada una de las variables aquí consideradas.

2. Colección Tiahuanaco (Bolivia)

Fue formada con materiales descritos por Posnansky (1914) y por Hjortsjo y Lindh (1938-1939). En general, la mayoría de los ejemplares presentados por el primer autor, provienen de diversos lugares del centro de Tiahuanaco o próximos al mismo; hemos suprimido los tres primeros ejemplares de la tabla que figura en el citado trabajo porque correspondían a otros lugares (Pacífico y Chile) y que fueron consignados por el autor como términos de comparación. Las piezas descritas por los autores mencionados en segundo lugar, fueron obtenidas durante la expedición del Dr. Stig Rydén a la zona montañosa de Bolivia en 1938-1939, de varias localidades ubicadas cerca del lago Titicaca. Con ambas colecciones pudimos reunir una muestra completa de 35 ejemplares.

3. Colección San Pedro de Atacama (Chile)

Se trata de una colección inédita relevada en 1971 por A.J. Marcellino con nuestra colaboración, en el Museo de San Pedro de Atacama (Antofagasta - Chile). El material que la constituye, proviene de los cementerios de distintos ayllú que componían el antiguo poblado indígena. En oportunidad de su relevamiento se observaron 82 ejemplares, de los cuales hemos seleccionado 78 piezas (52 masculinas y 26 femeninas) siguiendo los criterios ya mencionados para tal operación.

4. Colección La Isla (Jujuy - República Argentina)

Fue descrita por Dillinius en 1913 junto al material del Pukará de Tilcara. Ambas colecciones fueron recolectadas, en el verano de 1908 por una expedición de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional de Buenos Aires, en la Quebrada de Humahuaca, siendo almacenadas en el Museo Etnográfico de dicha Facultad. La exploración de la necrópolis de La Isla fue llevada a cabo por Debenedetti (1910). El material descrito por Dillenius consta de 20 piezas craneales sobre las cuales no existe indicación del sexo, pero sí de la edad de desarrollo, encontrándose todas deformadas según el modelo circunferencial. Hemos empleado 17 ejemplares, eliminando tres que no presentaban valores completos para las variables analizadas.

5. Colección Pukará de Tilcara (Jujuy - Rep. Argentina)

En el mismo trabajo de Dillenius antes citado, figuran (en las tablas al final) los datos métricos de esta colección, recogida en el yacimiento homónimo por Ambrosetti en la misma fecha que la anterior, tampoco se ha determinado el sexo, pero si la edad de las piezas, presentando en conjunto un tipo de deformación fronto-occipital (tabular). De los 50 ejemplares relevados por la autora, hemos seleccionado 46.

6. Colección Santa Rosa de Tastil (Salta - República Argentina)

Los restos óseos que integran esta colección fueron obtenidos en excavaciones realizadas entre 1967 y 1970, por personal de la División de Antropología de la Facultad de Ciencias Naturales y Museo de la Universidad Nacional de La Plata, bajo la dirección del Dr. Eduardo Mario Cigliano (Cigliano, 1969 : 21), en la ciudad preincaica del mismo nombre ubicada en la provincia de Salta. Su descripción fue llevada a cabo por A. J. Marcellino y S. Ringuet, quienes ofrecen detalles sobre la naturaleza del material, sexo, edad y deformación artificial de las piezas craneales, como así también proporcionan los datos métricos de los ejemplares en forma individual (Marcellino y Ringuet 1969),

7. Colección Valles Calchaquíes (Salta y Catamarca - República Argentina)

Con esta denominación designamos los materiales correspondientes a la colección Zavaleta depositada en el Museo Argentino de Ciencias

Naturales "Bernardino Rivadavia", adquirida el 28 de septiembre de 1907 por la Ley 5230, del Congreso Nacional. Dicha colección pertenecía a don Manuel Zavaleta y fue recolectada en varios lugares ubicados a lo largo de los ríos Calchaquí y Santa María. Fue descrita por María de las Mercedes Constanzo en 1942, de cuyo trabajo hemos extraído la información que presentamos. Está compuesta por 242 cráneos, 164 mandíbulas y algunos huesos largos, no conociéndose nada de las condiciones de hallazgo, pues no existen libretas de viaje ni apuntes tomados en el terreno. La autora antes mencionada proporciona la descripción de cada una de las piezas, edad, sexo y tipo de deformación artificial, como así también una tabla, a modo de apéndice, con las medidas craneométricas. Luego de seleccionar aquellos ejemplares con la información métrica más completa, la muestra quedó reducida a 122 individuos: 90 masculinos y 32 femeninos.

En esta colección hemos agregado además, un conjunto de piezas craneales (14 ejemplares) del Departamento Belén (Catamarca) derivadas de la serie descrita por Paulotti, Molina y Visuara en 1949. Dicha serie estaba originalmente constituida por 34 cráneos de adultos y fue obtenida por Rodolfo Schreiter y Abel Peirano, entre 1934 y 1937, en yacimientos situados a lo largo del río Belén. Hoy se encuentra depositada en el Instituto de Antropología de la Universidad Nacional de Tucumán. Los autores antes nombrados consignan para cada pieza el sexo, la edad y la deformación artificial; en el Cuadro 6 se exponen las variables métricas observadas para cada cráneo. En virtud del escaso número de cráneos resultantes luego de la selección, circunstancia que no justificaba su denominación como serie aparte, fueron incluidos en una misma colección junto con el material descrito por Constanzó.

8. Colección Litoral Fluvial Argentino

En 1911, Luis María Torres, describe un variado conjunto de restos osteológicos recolectados por él, durante 1900 a 1906, en una serie de yacimientos ubicados en el Delta de los ríos Uruguay, Paraná y Plata. Las piezas óseas se presentan por yacimiento, proporcionándose su descripción morfoscópica y morfométrica, a la vez que la edad y el sexo para cada caso, no habiéndose advertido señales de deformación artificial. Luego de practicada la mentada selección, obtuvimos sólo 6 ejemplares. Por esta causa fueron incluidos en una misma colección con el material descrito por Gaspary en 1950. Este fue obtenido por dicho autor en el "Cerro Grande" de la isla Los Marinos, ubicada en el río Paraná, frente a la ciudad de Rosario. En una tabla al final del citado trabajo, se proporcionan los datos métricos de cada cráneo (37 ejemplares), habiéndose omitido la estimación del sexo y de la edad. Con respecto a la deformación artifi-

cial se consigna en forma general para toda la serie como de tipo tabular erecta plano lámbdica leve. De esta serie hemos seleccionado 17 ejemplares, quedando constituida entonces, la colección Litoral Fluvial Argentino con 23 piezas craneales.

9. Colección Patagones de Chubut (Chubut - República Argentina)

El material craneológico que constituye esta colección fue obtenido en 1893 por Santiago Pozzi, preparador del Museo de La Plata, en cementerios antiguos del valle del río Chubut, cerca de Trelew (Lehman-Nitsche 1910 : 60). Parte de este material - 101 piezas - fue descrito por Marelli en 1914 desde el punto de vista craneométrico y estadístico. Los datos referidos al sexo, deformación de tipo tabular y forma de la norma superior, son consignados junto con la información métrica para cada ejemplar en las tablas al final del citado trabajo; la edad no fue estimada. Hemos empleado para nuestro procesamiento la totalidad de las piezas descritas por Marelli.

10. Colección Patagones de Río Negro (Río Negro-República Argentina)

En el trabajo de Marelli antes citado, figuran los datos métricos y morfológicos - según palabras del propio autor - de "una gran colección de cráneos pertenecientes a los Patagones antiguos, a cuyas medidas hemos agregado las que expone el doctor Martin de otros Patagones y comprendidos en las deducciones biométricas, junto con ejemplares del Museo de Historia Natural de Buenos Aires, que el doctor Florentino Ameghino nos permitió medir en 1910, y todos procedentes de Río Negro" (Marelli, *op. cit.*: 34-35). Para esta serie son válidas las consideraciones realizadas a propósito de la colección anterior. De ella hemos tomado solamente 61 ejemplares: 42 masculinos y 19 femeninos.

11. Colección Onas (Tierra del Fuego)

Esta colección está constituida por un conjunto de cráneos atribuidos a indígenas Onas de Tierra del Fuego, descritas junto a las siguientes en la magnífica obra de Martin Gusinde, publicada en 1939. El material fue recolectado por diversas personas y parte por el propio Gusinde en una serie de lugares entre los que se citan Isla Grande de Tierra del Fuego, Caleta Josefina, Bahía Inútil, Estancia Punta Delgada, Isla Dawson, etc. Las piezas se encuentran depositadas en varios museos del mundo, siendo proporcionada, en forma ex-

haustiva en la obra mencionada, la descripción morfológica y métrica de las mismas. Para cada ejemplar se anotan el sexo, la edad y la ubicación museológica. En nuestro procesamiento hemos empleado 30 ejemplares, de los cuales 23 son masculinos y 7 femeninos.

12. Colección Yámana y Alacaluf (Tierra del Fuego)

En el mismo trabajo citados figuran los datos correspondientes a ejemplares catalogados como indígenas Yámana y Alacaluf (14 ejemplares y 51 respectivamente) por Gusinde. Ambos grupos fueron reunidos en una misma colección por el escaso número de piezas de uno de los grupos - el designado en primer lugar -, quedando de esta manera una serie constituida por 92 individuos: 59 masculinos y 33 femeninos. Son válidas aquí también las observaciones antes realizadas. En los casos en que se dispone de información acerca del lugar de origen, este material proviene de varios yacimientos entre los que se destacan Isla Navarino, Bahía Orange, Ushuaia, Cabo de Hornos, Isla Desolación, etc.

LA METODOLOGIA EMPLEADA

El cumplimiento de las distintas etapas del presente trabajo requirió el empleo de un conjunto de técnicas estadísticas de análisis multivariado, cuya eficiencia, para resolver problemas semejantes a los nuestros ya había sido probada desde hace tres décadas por diversos autores, entre los cuales podemos mencionar de Defrise - Cussenhoven (1952), Hiernaux (1956 y 1964), Mckern y Munro (1959), Howells (1966) y Rightmire (1970). Dichas técnicas son la D^2 propuestas por Mahalanobis en 1930, las funciones discriminantes descritas por primera vez por Fischer en 1936, y en el campo del análisis de conglomerados debemos citar a Edwards y Cavalli-Sforza (Mahalanobis 1930 y 1936; Fischer, 1936, Edwards y Cavalli-Sforza 1965).

Los objetos de estudio de las ciencias fácticas pueden ser descritos por uno o varios caracteres, situación que desde el punto de vista geométrico se representa por un conjunto de puntos sobre una línea recta, en un plano o en un hiperplano respectivamente. En nuestro caso particular, la descripción de un conjunto de poblaciones, así como su análisis comparativo puede ser entonces de naturaleza univariada, si empleamos un carácter por vez, es decir una sol la dirección del espacio sin relación con las restantes. Pero lograremos un ajuste más adecuado a la realidad si consideramos simultáneamente varios caracteres o dimensiones del espacio p-dimensional, razón por la cual el análisis se domina multivariado. En

general la primera situación se considera un caso particular de la segunda, ya que los fenómenos de la vida real son en esencia multivariados. De acuerdo con estos conceptos, las técnicas estadísticas tanto descriptivas como analíticas, suelen agruparse, según sea el caso, bajo la denominación de Análisis estadístico univariado y Análisis estadístico multivariado. Este incluye el llamado Análisis discriminante, cuyos procedimientos mencionados a continuación, de una forma breve, remitiéndonos a lo expuesto en otra oportunidad (Cocilovo y Marcellino 1974) y para mayores detalles a las obras de Rao (1952), Kendall (1972), Cooley y Lohnes (1962), y en nuestro medio a Roitter (1973). Al final del presente trabajo se ofrece un apéndice con una sucinta exposición formal de los algoritmos seguidos para efectuar los cálculos estadísticos que demandó el desarrollo de la investigación aquí relatada.

Así como en un plano a cada punto, representativo de un objeto, le corresponde un par de valores, uno por cada coordenada, en un espacio multidimensional cada punto también representa un objeto, pero se acompaña de una serie de valores, uno por cada dimensión, que constituyen sus coordenadas en un hiperplano. Dicho conjunto de valores por ser un arreglo lineal y por poseer las observaciones de distintas características del objeto se denomina vector observación. Cada población puede ser representada entonces, como un conjunto de puntos en el espacio multidimensional que se distribuyen alrededor de un punto llamado centroide, cuyas coordenadas integran el vector de medias para dicha colección de datos. La dispersión de los mismos en torno al punto medio se expresa por un arreglo plano llamado matriz de dispersión, en la cual figuran las varianzas y las covarianzas de las variables consideradas. Tanto el vector de medias como la matriz de dispersión de una distribución multivariada, representan estadísticas equivalentes al promedio y a la varianza de una distribución univariada, en tanto medidas de posición y de dispersión de la muestra.

Bajo el supuesto de que las poblaciones, de las cuales han sido obtenidas las muestras, se ajustan a un mismo modelo teórico normal multivariado y con iguales matrices de dispersión, las diferencias entre sus vectores medios puede ser documentada siguiendo varios caminos, de los cuales se ha empleado la D^2 tanto para el caso general de k -poblaciones p -variadas como para el caso particular ($k = 2$) de considerar sólo dos de ellas (Rao, *op. cit.*: 246-247 y 257-258), y la estadística lambda de Wilks (λ) (Rao, *op. cit.*: 262; Cooley y Lohnes, *op. cit.*: 118). La dócima de hipótesis especificando la igualdad entre las matrices de dispersión de cada grupo (H_1) fue realizada por medio del criterio originalmente descrito por Bartlett para el caso univariado y luego generalizado por Box (1949),

usando como aproximación la distribución "F". El valor D^2 generalizado se distribuye como una χ^2 con $p(k-1)$ grados de libertad, siendo p el número de variables y k el de grupos considerados. El λ de Wilks puede ser aproximado por medio de la distribución "F" (Rao, *op. cit.*: 262). Efectuada la prueba de hipótesis (H2) correspondiente a la igualdad entre los vectores medios de varias poblaciones, se puede llevar a cabo la d^ocima de una tercera hipótesis (H3) referida a dos cualesquiera de ellas, por medio del valor D^2 (para dos grupos), previa transformación del mismo en un cociente entre varianzas "F" con p (variables) y $(n_1 + n_2 - 1 - p)$ grados de libertad.

De acuerdo con los objetivos planteados en la introducción del presente informe, la primera tarea consistió en comprobar si las diferencias morfológicas entre las muestras consideradas permitían inferir, en forma general, su pertenencia a poblaciones distintas, con lo cual se comprobaría también a "prima facie" la significación de la distribución de los datos desde el punto de vista espacial. Para ello, fueron calculados los valores D^2 generalizado y λ , antes mencionados. La variación total expresada por estos valores, debió ser investigada más a fondo ante la posibilidad de que fuese provocada tan sólo, por el excesivo alejamiento de algunos grupos del conjunto restante, calculando una D^2 para cada par de ellos, en forma simultánea, siguiendo las combinaciones de k elementos tomados de dos (C_k^2). Esta operación cumplía también el objetivo de estimar las semejanzas y diferencias entre cada muestra y las restantes que nos permitiría inferir las relaciones de parentesco entre las poblaciones de las cuales se habían obtenido.

El paso siguiente requería el ordenamiento de los distintos grupos, en un esquema taxonómico basado precisamente en la medida de la distancia morfológica entre ellos, proporcionada por la D^2 y en donde se pusieran de manifiesto, en forma gráfica, las relaciones entre las poblaciones de nuestro territorio y países vecinos. Este problema fue resuelto por medio del llamado análisis de conglomerados (Cluster Analysis) siguiendo la técnica descrita por Edwards y Cavalli-Sforza (1965). Esta se basa en un cálculo tipo análisis de la varianza, que aplicado en forma secuencial, permite elegir la mejor división entre todas las divisiones posibles que puedan realizarse con un determinado conjunto de elementos. Al final, los resultados pueden ser representados gráficamente por medio de un den-drograma. Los datos para la realización de este cálculo, fueron las D^2 corregidas por el diferente tamaño entre las muestras (Rao, *op. cit.*: 364), las cuales fueron expresadas en términos de porcentaje del mayor valor, tal como procedieron los autores antes citados al analizar el problema de la clasificación de las castas de la India, resuelto intuitivamente por Rao (*op. cit.*: 361-364).

Luego se procedió al estudio de la correlación y del grado de dependencia entre la diferenciación morfológica y la distancia geográfica que separaba un grupo del otro. Para ello, el valor de la D^2 entre cada par de poblaciones fue corregido y luego transformado extrayendo su raíz cuadrada, con el objeto de conseguir una estimación lineal de las distancias morfológicas. Estos valores fueron confrontados por medio del análisis de la regresión lineal, con las distancias espaciales entre cada grupo y los restantes, estimados, en forma aproximada, sobre un mapa de Sudamérica (Atlas Didáctico Universal y de Chile SPES escala 1:40.000.000).

El análisis discriminante no sólo nos permite poner a prueba la hipótesis de nulidad acerca de las diferencias entre los vectores medios poblacionales, a partir de los datos muestrales, sino que también nos brinda la posibilidad de encontrar un buen criterio para dividir el espacio multidimensional en regiones mutuamente excluyentes, en las cuales podamos alojar cada individuo en uno u otro grupo con un mínimo de error. Esto puede ser logrado construyendo una función lineal de las observaciones que maximice la relación de la varianza entre grupos con respecto a la varianza dentro de grupos. Esta función se conoce con el nombre de función discriminante y, en el presente trabajo, ha sido obtenida por el método de los vectores propios aconsejado por Cooley y Lohnes (*op. cit.*: Cap. 4, 6 y 7). Cada vector propio se encuentra con un valor propio; en el curso del análisis debe elegirse un número finito de estos, determinado por el menor valor que corresponda a p (número de variables) o $(k-1)$, siendo k = número de grupos. La estandarización de cada vector propio nos permite analizar la contribución de cada variable original a las funciones discriminantes, mientras que la cantidad de variación explicada por cada una de dichas funciones indicada por el porcentaje de la traza representado por cada valor propio asociado.

Los vectores propios representan un conjunto de variables no correlacionadas, mediante las cuales es posible rotar, en forma ortogonal, el sistema de coordenadas original, reteniendo la mayor cantidad de información posible. En tal sentido se emplean para transformar los vectores observaciones, vectores medios y matrices de dispersión de cada grupo. La selección de un determinado número de vectores propios, permite resolver el importante problema de reducir el espacio original a uno de menores dimensiones, tanto para graficar los datos en un plano como para poner a prueba su clasificación original en varios grupos. Esto último es llevado a cabo, determinando el grupo para el cual un individuo posee la mayor probabilidad de pertenecer. Dicha probabilidad es calculada empleando el teorema de Bayes, y el procedimiento denominado por

CUADRO I

VECTORES MEDIOS Y MATRIZ DE DISPERSION COMUN DENTRO DE GRUPOS EN EL ESPACIO ORIGINAL

VECTORES MEDIOS PARA CADA GRUPO Y VECTOR DE MEDIAS GENERALES
(en el espacio original)

GRUPO	n	VARIABLES								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	64	89,26	128,14	94,55	65,00	46,81	35,65	34,59	44,20	39,48
2	35	84,51	128,23	93,51	68,97	49,00	37,68	36,48	45,08	39,40
3	78	90,50	133,23	90,78	70,54	50,79	37,71	34,82	44,50	37,79
4	136	91,50	133,62	89,56	68,90	49,11	38,97	35,82	44,37	40,37
5	17	88,64	130,35	91,18	68,29	50,05	35,59	35,82	46,18	39,41
6	46	91,04	136,02	93,96	72,50	51,28	37,10	37,37	46,50	41,28
7	26	93,73	136,38	90,07	70,31	51,15	37,11	36,31	45,54	37,42
8	23	94,65	140,04	103,09	73,65	53,48	39,43	36,83	47,08	40,78
9	101	96,06	144,04	103,62	74,53	53,04	38,74	35,30	50,07	38,04
10	61	93,40	137,41	101,64	73,90	53,05	39,36	35,92	48,67	37,95
11	30	93,43	142,40	102,53	76,03	54,37	43,03	35,30	54,06	40,80
12	65	94,33	138,11	100,63	71,05	51,46	43,46	35,07	53,09	39,57

	682	92,11	135,88	95,97	70,97	50,87	38,79	35,62	47,22	39,26

MATRIZ DE DISPERSION DENTRO DE GRUPOS (en el espacio original)

VARIABLES	MATRIZ DE DISPERSION DENTRO DE GRUPOS (en el espacio original)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	28,099	18,622	8,483	4,580	4,068	3,931	1,942	3,166	3,250
2	18,622	48,508	16,608	17,183	12,189	7,418	3,842	8,447	7,802
3	8,483	16,608	35,144	10,136	5,539	2,976	0,530	11,728	4,104
4	4,580	17,183	10,136	23,906	11,340	2,937	3,328	6,178	3,352
5	4,068	12,190	5,539	11,340	11,560	2,348	2,578	2,648	2,755
6	3,931	7,418	2,976	2,937	2,348	4,255	1,230	1,781	1,743
7	1,942	3,842	0,530	3,328	2,578	1,230	3,880	0,009	0,650
8	3,166	8,447	11,728	6,179	2,648	1,781	0,009	11,951	2,421
9	3,250	7,802	4,104	3,352	2,755	1,743	0,650	2,421	10,088

Cooley y Lohones, Pauta de Decisión III (Cooley y Lohones, *op. cit.*, Cap. 7), que aplicado en forma secuencial permite la reclasificación del conjunto de observaciones con un mínimo de error,

En nuestro caso particular, para efectuar los cálculos antes mencionados, hemos empleado los primeros ocho vectores propios que explican el 99,80% de la variación total. Para graficar los centroides de cada grupo en el espacio reducido, hemos utilizado de a dos por vez y en forma alternativa la I, II y III variable de cada vector transformado,

La eficiencia de la clasificación geográfica de los datos, puede ser determinada empíricamente, por el número de individuos asignados a un grupo distinto del original, aunque también esto es un índice del valor de las variables empleadas para el cálculo de las funciones discriminantes. Las que aquí se han calculado, sin ser las mejores funciones, entre todas las posibles que en un futuro puedan ser construidas, al menos permiten disponer de un método de clasificación numérica, mucho más eficiente que los tradicionales para asignar un nuevo ejemplar o un conjunto de ellos en alguna de las poblaciones estudiadas, mediante el empleo de procedimientos electrónicos.

La realización del presente trabajo requirió el empleo de un variado conjunto de programas de computación. El principal fue escrito por la Dra. H.G. de Roitter para un equipo IBM 1130 (8 Kbytes) y está formado por ocho módulos ensamblados unos a otros; para la solución de nuestro caso precisábamos una mayor capacidad de memoria de máquina, razón por la cual debimos adaptar dicho programa para ser corrido en un equipo IBM 360 (120 Kbytes). Un programa escrito por el Ing. F. Torres Crespo, nos permitió llevar a cabo los cálculos relativos al análisis de conglomerados y otro confeccionado por nosotros, fue necesario para el cálculo de la D^2 corregida, de porcentaje con respecto al mayor valor y de la raíz cuadrada de aquel valor entre cada grupo y los restantes. Estos programas fueron corregidos, parte en el Centro de Cómputos y Procesamiento de Datos de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba y parte en el Centro de Procesamiento de Datos del Ministerio de Hacienda de la Provincia de Córdoba.

RESULTADOS

En el Cuadro 1, se consignan el número de observaciones y los vectores medios para cada grupo, el efectivo total y el vector de medias generales, así como la matriz de dispersión común dentro de

grupos, todos con respecto al espacio original.

En todos los cuadros y figuras se han omitido el nombre de las variables y el de cada grupo, siendo reemplazados por un número de 1 a 9 para las primeras y de 1 a 12 para los segundos, de acuerdo con el siguiente detalle:

Variab <u>l</u> es	Colecciones
1. Diámetro frontal mínimo	1. Paucarcancha (Perú)
2. Anchura bicigomática	2. Tiahuanaco (Bolivia)
3. Diámetro prostion-basion	3. San Pedro de Atacama (Chile)
4. Diámetro nasion-prostion	4. Valle Calchaquí (Salta y Catamarca. República Argentina)
5. Altura de la nariz	5. La Isla (Jujuy, República Argentina)
6. Anchura de la órbita	6. Pukará (Jujuy, República Argentina)
7. Altura de la órbita	7. Santa Rosa de Tastil (Salta, República Argentina)
8. Longitud del paladar	8. Litoral Fluvial argentino
9. Anchura del paladar	9. Patagones de Chubut (Chubut, República Argentina)
	10. Patagones de Río Negro (Río Negro, República Argentina)
	11. Onas (Tierra del Fuego)
	12. Yámana y Alacaluf (Tierra del Fuego)

En el Cuadro 2, figuran los valores D^2 para cada par de grupos por encima de la diagonal principal y, por debajo de ella, los valores "F" correspondientes a su transformación, acompañados por los grados de libertad del denominador, siendo 9 los del numerador para todos los casos.

El dendrograma resultante del análisis de conglomerados ha sido dibujado en la Figura 2. Los valores que figuran antes de cada subdivisión representan las distancias entre grupos expresadas como porcentajes de la variación total.

En el Cuadro 3 se muestra el estudio de los valores del análisis discriminante. En él se han consignado los nueve vectores propios suministrados por el programa, junto con sus respectivos valores propios y el porcentaje de la traza representado por cada uno de ellos. En

CUADRO 2

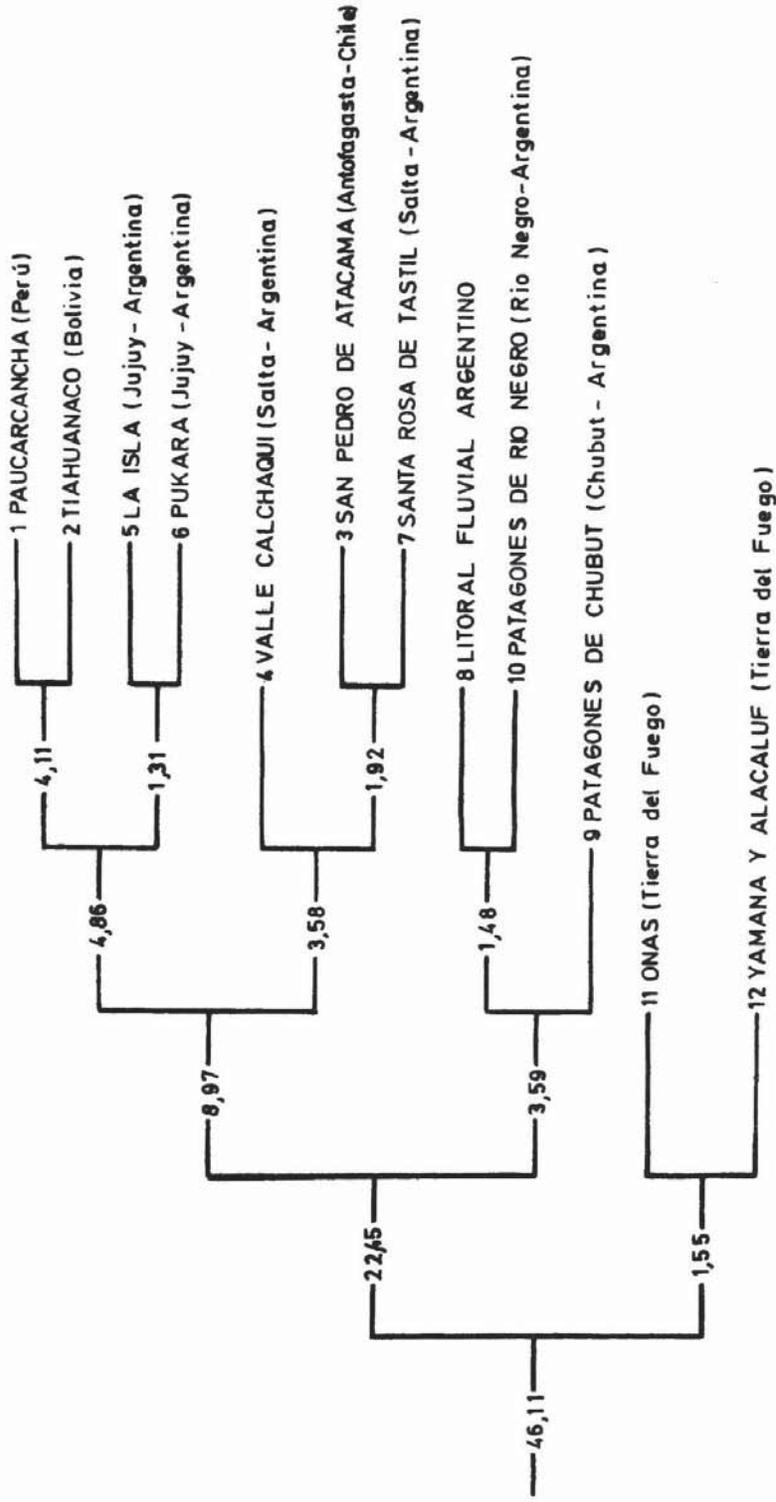
MATRIZ DE DISTANCIAS ENTRE GRUPOS Y VALORES F.

GRUPOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		3,906	4,882	4,875	2,981	4,250	6,272	6,397	9,635	7,672	20,644	20,686
2	9,011** 89		4,855	3,772	4,213	3,726	7,706	6,155	11,648	6,362	14,559	15,523
3	17,979** 132	12,093** 103		2,092	3,711	4,368	2,106	5,820	6,150	4,065	12,320	14,233
4	22,622** 190	11,115** 161	11,089** 204		4,725	3,667	3,906	6,637	9,984	6,728	12,452	12,666
5	3,998** 71	4,500** 42	5,260** 85	7,513** 143		1,846	2,726	7,992	9,339	7,659	18,183	20,329
6	11,702** 100	7,395** 71	13,122** 114	13,383** 172	2,212* 53		3,286	5,114	8,064	6,594	16,484	19,771
7	11,713** 80	11,041** 51	4,205** 94	8,999** 152	2,506* 33	5,371** 62		7,567	6,162	6,131	16,216	18,125
8	10,895** 77	8,136** 48	10,557** 91	13,768** 149	6,852** 30	7,672** 59	8,515** 39		3,743	1,802	10,922	13,637
9	39,880** 155	31,632** 126	28,714** 169	62,108** 227	14,057** 108	26,756** 137	13,251** 117	7,279** 114		2,198	9,835	13,451
10	24,892** 115	14,383** 86	14,559** 129	30,190** 187	10,123** 68	17,750** 97	11,250** 77	3,017** 74	8,826** 52		6,793	8,984
11	42,777** 84	22,814** 55	27,420** 98	32,346** 156	18,025** 37	29,663** 66	21,378** 46	13,320** 43	23,707** 121	13,814** 81		1,766
12	70,051** 119	36,050** 90	52,890** 133	59,408** 191	27,395** 72	54,831** 101	34,040** 81	23,346** 78	56,225** 156	29,385** 116	3,682** 85	

En el ángulo superior derecho se consignan los valores D^2 entre pares de grupos y, en el inferior izquierdo, las estadísticas F resultantes de su transformación, acompañadas por los grados de libertad del dominador, siendo 9 los del numerador para todos los casos.

FIG. 2

CLASIFICACION DE LAS POBLACIONES PREHISPANICAS DE LA REPUBLICA ARGENTINA Y PAISES VECINOS



Dendrograma resultante de la aplicación de la técnica de análisis de grupo (Cluster Analysis).

Los valores consignados antes de cada subdivisión representan las distancias entre grupos expresadas como porcentajes de la variación total (206.999)

CUADRO 3

ESTUDIO DE LOS VALORES DEL ANALISIS DISCRIMINANTE

VECTORES PROPIOS NORMALIZADOS

VARIABLES	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.002862	-0.067531	-0.221900	0.127588	-0.178314	-0.131354	0.347990	0.211046	0.266559
2	0.047657	-0.187330	-0.270767	-0.042437	-0.195726	-0.103829	0.229719	-0.224056	-0.262230
3	0.058052	-0.252803	0.544615	0.094631	0.151607	-0.207245	0.019387	-0.020433	0.023513
4	-0.036064	-0.023134	-0.235305	-0.164573	0.292654	-0.156751	-0.258268	-0.023943	0.635392
5	0.149543	-0.161535	-0.140008	0.020351	0.323008	0.427226	0.323092	0.565684	-0.657115
6	0.838998	0.870416	0.001444	0.179891	0.521946	-0.458886	0.059743	-0.186247	-0.071161
7	-0.336120	0.058538	0.612316	-0.894821	-0.224499	-0.007488	0.763505	0.575646	-0.059771
8	0.314556	0.109913	-0.034267	-0.223719	-0.571973	0.654095	0.028354	0.011054	0.123450
9	-0.234198	0.310931	0.360226	-0.249705	-0.258747	-0.288879	-0.259585	0.467003	-0.015176
VALORES PROPIOS	1.751	0.968	0.342	0.189	0.139	0.121	0.047	0.030	0.007
PORCENTAJE DE LA TRAZA	48.73	26.94	9.51	5.27	3.86	3.36	1.30	0.83	0.21

DOCIMAS DE HIPOTESIS

H₁ : F = 1,9752 con 495 y 70,008 grados de libertad

H₂ : a) Lambda de Wilks = 0.08353 ; F = 19.94679 con 99 y 4679 grados de libertad

b) D² de Mahalanobis = 0.119381 x 10⁸ ~ $\frac{2}{99}$ (p < 0.01)

VECTORES PROPIOS ESTANDARIZADOS

VARIABLES	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.392646	9.265768	-30.446579	17.506134	-24.466202	-18.022842	47.747147	28.957275	36.574066
2	-8.591619	-33.771790	-48.813782	-7.650575	-35.285324	-18.718216	-41.413651	-40.392700	-47.274734
3	8.908111	-38.792358	83.570740	14.521122	23.263962	-31.801514	2.974931	-3.135412	-3.608095
4	-4.564221	-2.927848	-29.780014	-20.828247	37.038116	-19.838333	-32.686279	-3.030227	80.414841
5	13.160862	-14.216291	-12.321732	-1.791075	28.427109	37.598984	28.430069	49.784332	-57.830902
6	44.797729	46.475281	0.077103	0.605149	27.868942	-24.501892	3.189960	-9.944559	-3.799602
7	-17.138794	2.984850	31.222046	-45.626968	-11.447230	-0.381834	38.931198	-29.352203	-3.047885
8	28.147797	9.835479	-3.065974	-20.019287	-51.182602	58.531219	2.537200	0.989145	11.046812
9	19.254517	25.563095	29.615860	-20.529404	-21.272766	-23.750076	-21.341675	38.394470	-1.247701

VECTORES MEDIOS DE CADA GRUPO
(en el espacio reducido)

GRUPOS	VARIABLES							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	27.24	-12.80	9.08	-41.04	-17.17	-33.93	21.34	5.49
2	28.71	-10.73	9.41	-43.95	-14.48	-33.13	20.94	4.14
3	29.32	-12.34	3.04	-41.92	-14.76	-33.27	21.13	5.51
4	29.11	-9.93	4.21	-42.91	-16.39	-35.06	21.41	5.14
5	27.47	-12.72	6.21	-43.68	-17.42	-31.17	21.76	5.99
6	27.82	-12.91	6.11	-45.71	-17.13	-33.83	21.45	5.46
7	28.61	-13.47	1.83	-43.26	-17.16	-32.63	22.91	4.80
8	30.89	-14.69	8.08	-43.90	-15.00	-36.39	22.24	6.00
9	32.15	-16.84	4.81	-42.71	-16.85	-34.35	21.04	4.89
10	32.26	-14.51	6.66	-42.96	-14.56	-33.98	22.26	5.34
11	36.51	-11.29	5.57	-44.17	-16.12	-33.43	20.18	5.97
12	36.77	-9.62	6.53	-42.37	-16.98	-33.65	21.94	5.10

la parte derecha figuran dichos vectores estandarizados. Seguidamente se exponen los resultados de las d^ocimas de hipótesis correspondientes al supuesto de homocedasticidad (H₁) y al de igualdad entre los vectores medios de todos los grupos (H₂). En la porción inferior se consignan los vectores medios de cada grupo en el espacio reducido,

Se hace constar que con el objeto de contrarrestar la ya abundante información numérica provista por la salida de los programas de computación empleados, se ha omitido parte de ella por considerarla de importancia secundaria para los efectos del presente informe. En efecto se ha procedido así con las matrices de dispersión de cada grupo en el espacio original y en el reducido, con la matriz entre grupos y la total, y con la asignación de cada observación a un grupo particular resultante de la clasificación por medio de las funciones discriminantes,

Empleando las variables I y II por un lado y I y III por el otro, se confeccionaron las Figuras 3 y 4 que representan la distribución de los centroides de cada grupo en un plano determinado en un caso por la primera y segunda dimensión y en el otro por la primera y tercera dimensión del espacio reducido.

Los resultados de la reclasificación de las observaciones de cada grupo en uno de los restantes, fueron representados en el Cuadro 4. Los valores consignados en cada fila indican el número de individuos asignados por su mayor probabilidad a cada grupo. En la diagonal principal figuran subrayadas las observaciones clasificadas en el grupo original.

La Figura 5 representa la distribución de las distancias morfológicas entre cada par de poblaciones (como raíz cuadrada de D^2) en función de las distancias espaciales correspondientes, habiéndose dibujado la recta que mejor explica dicha distribución. Los resultados del análisis de correlación y regresión respectivo se consignan en el Cuadro 5.

La información lograda en las distintas etapas de investigación cumplidas en este trabajo y que fuera resumida en los cuadros y figuras antes mencionadas, permiten hacer las siguientes consideraciones:

1) Los resultados obtenidos en la prueba de homocedasticidad (H₁, Cuadro 3) cuyo valor "F" indica una probabilidad mayor del 0,05

permiten suponer que no existen evidencias suficientes para rechazar la hipótesis de nulidad por la cual se especifica la igualdad de las matrices de dispersión de todos los grupos, necesaria para la prosecución del análisis.

2) Las colecciones elegidas para la realización de este trabajo, en general, corresponden a poblaciones diferentes desde el punto de vista morfológico. Esto está avalado por los resultados de la dó cima de hipótesis sobre la diferencia entre los vectores medios de todos los grupos, por los cuales se debe rechazar H_2 , puesto que tanto el valor "F" obtenido a través del λ de Wilk como la D^2 generalizada corresponden a una probabilidad inferior al 0,01 (Cuadro 3).

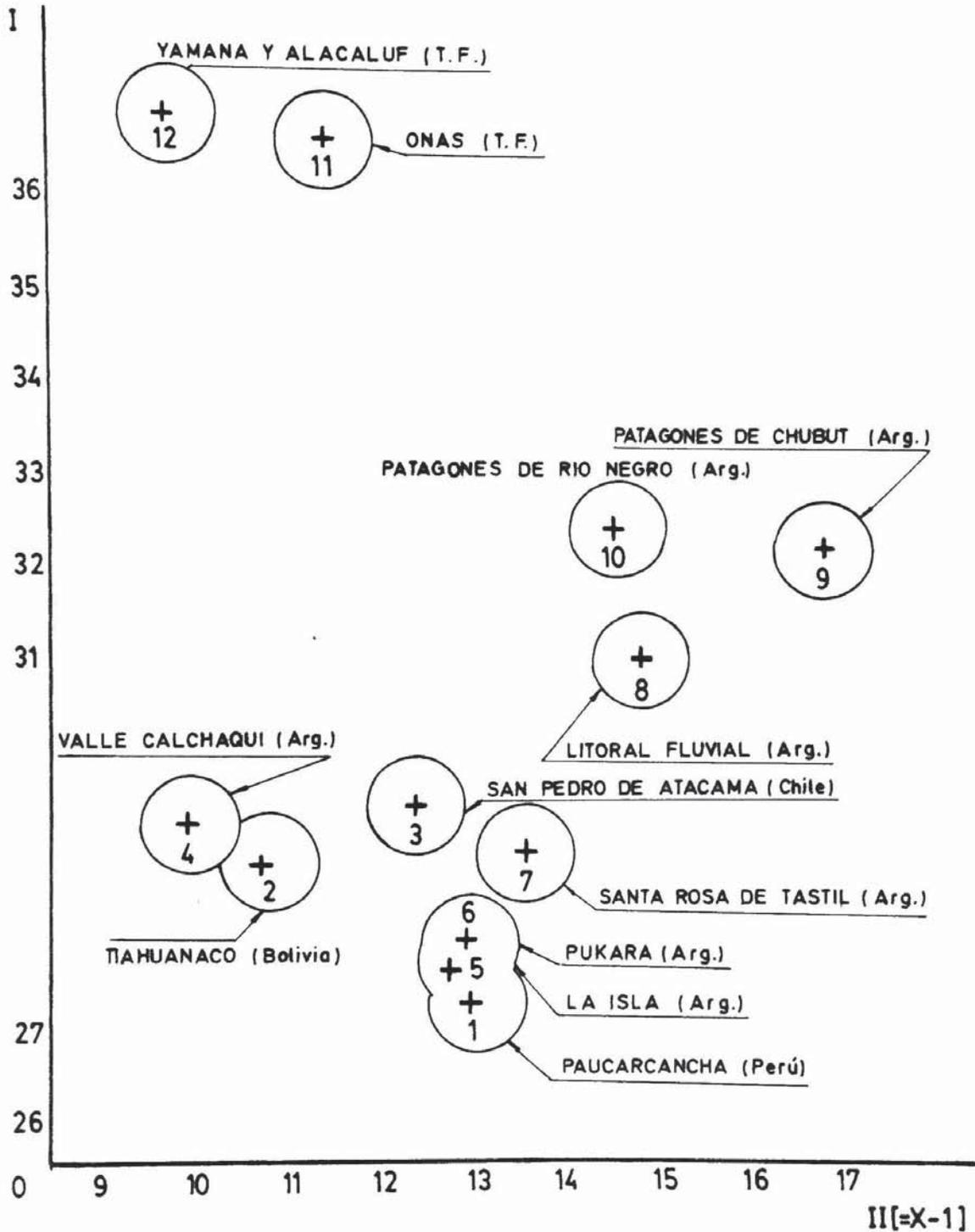
3) El análisis comparativo entre cada par de grupos, indica que las diferencias morfológicas entre ellos son significativas al nivel del 0,01 de probabilidad, con la excepción de las distancias entre La Isla y el Pukará y entre aquella colección y la de Santa Rosa de Tasil que los son al 0,05 (Cuadro 2).

4) La destrucción jerárquica de la variación morfológica total entre los grupos considerados, ha permitido su ordenamiento en categorías dicotómicas sucesivas, coincidentes con la mayor o menor distancia geográfica entre ellos (Figura 2). Con esto, a pesar de que cada colección corresponde a una población diferente de las restantes, se ponen en evidencia sus posibles vinculaciones genéticas,

5) Ha sido perfectamente comprobada la relación entre las distancias morfológicas y las geográficas (Figura 5 y Cuadro 5). La correlación positiva entre dichas variables indica que en un territorio dado, a medida que las distancias espaciales entre las poblaciones aumenta, mayores son las diferencias entre ellas. Esta situación puede ser representada por medio de una línea recta, tal como se ha indicado en la figura referida. Estas consideraciones se comprueban observando en el Cuadro 5, los valores del coeficiente de correlación, del coeficiente de regresión y su valor "t" calculado ($p < 0,01$), y además por el valor "F" del análisis de la varianza de la regresión ($p < 0,01$).

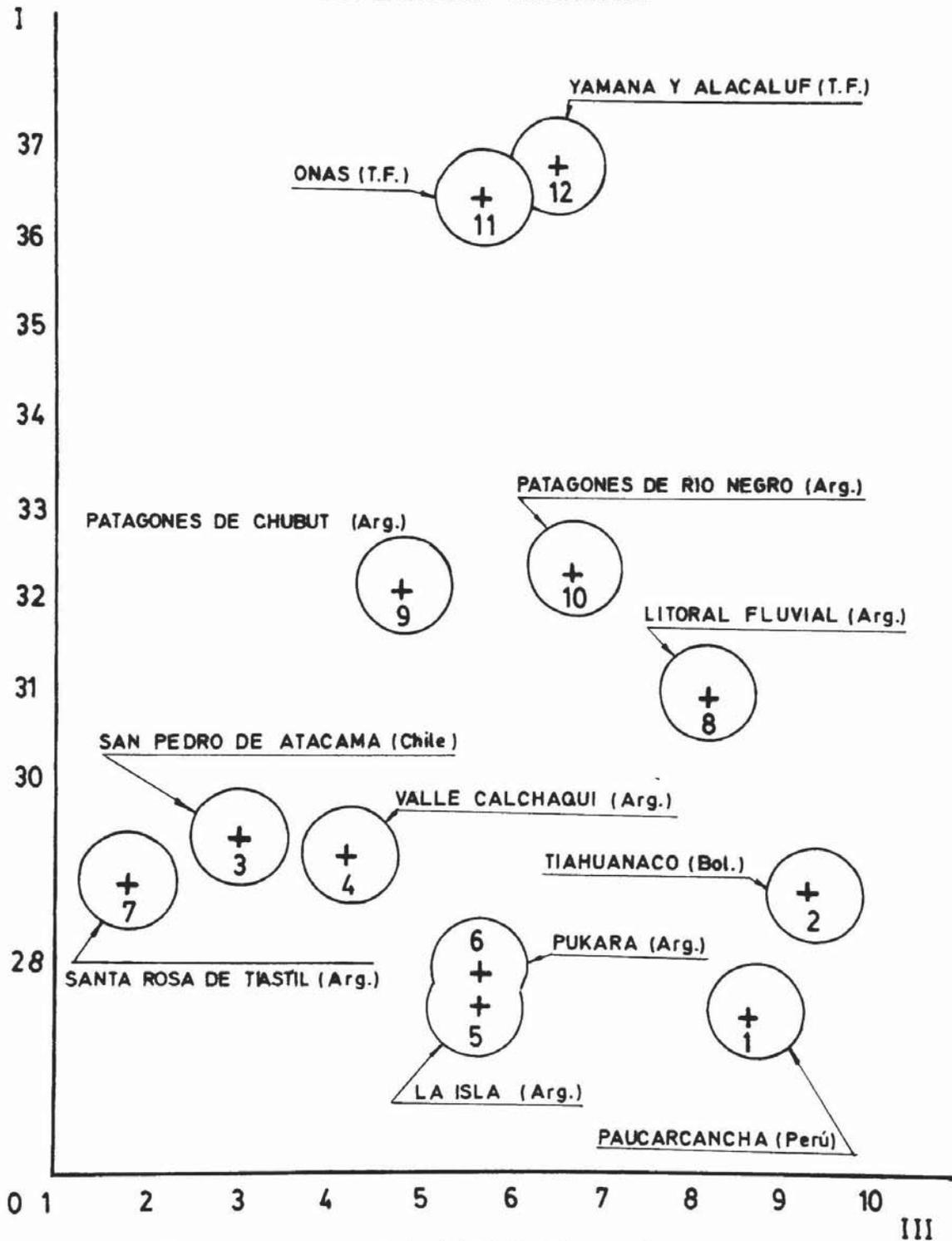
6) Los valores constituyentes de los vectores propios estandarizados (Cuadro 3), con independencia del signo, permiten inferir la contribución de cada una de las variables originales a la función discriminante. Por ejemplo, en el primer vector observamos que la mayor contribución relativa es debida a la anchura orbitaria (6) y a la longitud del paladar (8). Aquella variable sigue siendo impor

FIG. 3
DISTRIBUCION DE LOS GRUPOS CONSIDERADOS EN
EL ESPACIO REDUCIDO.



Cada punto representa la ubicación del centroide de cada grupo según la primera (I) y la segunda (II) dimensión.

FIG. 4
DISTRIBUCION DE LOS GRUPOS CONSIDERADOS EN
EL ESPACIO REDUCIDO.



Cada punto representa la ubicación del centroide de cada grupo según la primera (I) y la tercera (III) dimensión.

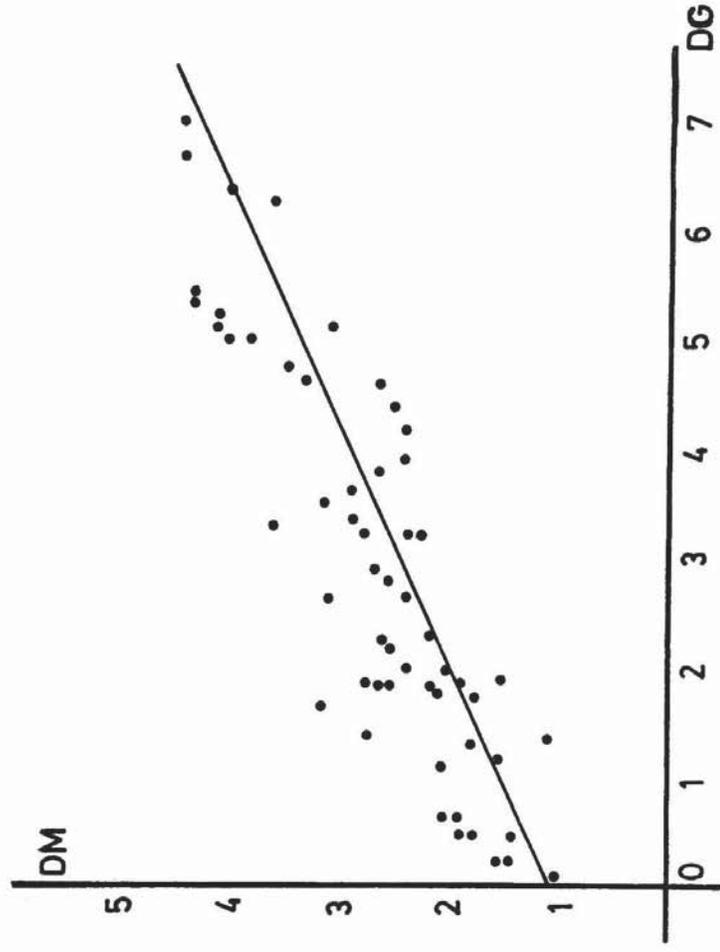
CUADRO 4

CLASIFICACION DE LAS OBSERVACIONES POR MEDIO DE LAS FUNCIONES DISCRIMINANTES.

GRUPOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL OBS
1	51	1	2	3	1	3	-	1	2	-	-	-	64
2	$\frac{22}{3}$	22	2	5	-	2	-	-	1	-	-	-	35
3	4	$\frac{42}{3}$	42	14	1	1	1	1	5	4	2	-	78
4	10	2	$\frac{14}{14}$	$\frac{89}{14}$	1	9	4	1	2	1	-	3	136
5	3	-	-	-	$\frac{10}{2}$	3	1	-	-	-	-	-	17
6	5	-	1	9	2	25	-	1	3	-	-	-	46
7	1	-	2	3	1	$\frac{16}{1}$	16	-	1	1	-	-	26
8	2	-	-	1	-	1	-	14	3	2	-	-	23
9	-	-	4	-	-	-	1	$\frac{14}{1}$	83	11	-	-	101
10	1	1	4	1	-	-	2	2	$\frac{13}{13}$	35	1	3	61
11	-	1	-	1	-	-	-	1	-	$\frac{1}{1}$	19	7	30
12	-	-	-	5	-	-	-	-	2	3	$\frac{5}{5}$	50	65

En cada fila se indica el número de individuos asignados a cada uno de los grupos considerados.

FIG. 5
DISTRIBUCION DE LA DISTANCIA MORFOLOGICA (DM) EN FUNCION
DE LA DISTANCIA GEOGRAFICA (DG)



La variable dependiente es expresada como la raíz cuadrada de D^2 corregida y la variable independiente en dm. estimados aproximadamente sobre un mapa de sudamérica.

CUADRO 5

ESTUDIO DE LA CORRELACION ENTRE LA DISTANCIA MORFOLOGICA Y LA DISTANCIA GEOGRAFICA

REGRESION MULTIPLE - ANTROP		SELECCION I		ANALISIS DE VARIANCIA DE LA REGRESION		
VARIABLE NO.	MEDIA	DESVIACION STANDARD	CORRELACION X VS Y	COEFICIENTE REGRESION	ERROR STD. DE COEF. REG.	VALOR T CALCULADO
1	2.85517	1.76852	0.88886	0.46037	0.03229	14.25596
VAR. DEPEND.						
2	2.66946	0.91597				
ORD. ORIGEN						
		1.35502				
VALOR R						
		0.88886				
ERROR STANDARD						
		0.42354				
FUENTE DE VARIACION		GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS	MEDIA CUADRAT.	VALOR F.	
ATRIBUIBLE A REGRESION		1	36.45862	36.45862	203.23242	
DESVIACION DE REGRESION		54	9.68726	0.17939		
TOTAL		55	46.14588			

tante para el segundo vector, junto a la anchura bicigomática (2) y al diámetro prostion-basion (3). En el número 3, se destaca la participación de la última variable mencionada, seguida por la anterior y en el número 4, adquiere preponderancia la altura de la órbita (7).

7) La distribución de los centroides de cada grupo en función de las variables I y II (Figura 3), revela a grandes rasgos, como lo muestra la Figura 2, la correlación morfológica-espacial a que hemos hecho mención anteriormente. Un grupo más o menos compacto de poblaciones andinas se separa netamente de otros dos conglomerados formados por poblaciones del Litoral y Patagonia y por los grupos de Tierra del Fuego. En la Figura 4, en donde los grupos han sido ubicados en función de las variables I y III, la situación parece concordar más estrechamente con la derivada del análisis de conglomerados (Figura 2). El conjunto andino aparece ahora más disperso, destacándose relaciones más estrechas entre Paucarcancha y Tiahuanaco, La Isla y el Pukará, y San Pedro de Atacama, Valles Calchaquies y Santa Rosa de Tastil.

8) La clasificación de las observaciones por medio de las funciones discriminantes, es un indicador grueso de la eficiencia de éstas, pero además permite lograr una visión aproximada de la mayor o menor homogeneidad de cada grupo con respecto a las variables analizadas. Los resultados de esta operación, expuestos en el Cuadro 4 permiten efectuar las siguientes observaciones. Los valores de la diagonal señalan que el mayor número de individuos fue asignado en todos los casos al grupo original, siendo variable la cantidad restante clasificada en alguno de los otros grupos y tanto mayor cuanto más próximos entre sí se encuentran las poblaciones desde el punto de vista estadístico. A continuación se exponen estos resultados con mayor detalle:

a) En la colección de Paucarcancha (Perú) se comprueba que casi un 20% de los individuos fueron asignados, por su mayor probabilidad, a un grupo distinto del original (1ª fila). La mayor parte de esta proporción fue repartida entre poblaciones de la región andina; unas pocas observaciones lo fueron en las colecciones del Litoral y de Patagonia.

b) En la segunda fila del mismo cuadro, se observa que la proporción de cráneos de Tiahuanaco (Bolivia) reclasificados llega al 37%, destacándose también la asignación a poblaciones andinas.

c) En San Pedro de Atacama (Chile), aproximadamente el 46% del material fue clasificado en casi todas las demás colecciones, con excepción de Yámana y Alacaluf (Tierra del Fuego), destacándose la proporción correspondiente a Valles Calchaquíes,

d) En la cuarta fila también se observa una amplia reclasificación del material de Valles Calchaquíes en otros grupos, entre los cuales, adquiere mayor importancia la asignación a San Pedro de Atacama, Paucarcancha y el Pukará de Tilcara.

e) La colección de la Isla de Tilcara, presenta una mayor homogeneidad, ya que sus materiales sólo fueron clasificados en poblaciones andinas, principalmente en el Pukará y Paucarcancha (fila 5).

f) En la fila 6, se observa que el 46% de los ejemplares de la colección del Pukará de Tilcara fueron asignados a otros grupos, entre los que se destacan Valles Calchaquíes y Paucarcancha,

g) Casi el 40% de las piezas que componen la colección de Santa Rosa de Tastil, fueron reclasificadas en otros grupos en forma variable (fila 7).

h) En la fila 8, el centro de gravedad de los materiales reclasificados, se desplaza hacia el sur del continente. Proporciones semejantes de materiales del Litoral fueron asignadas a colecciones de Patagonia y región andina.

i) En Patagones de Río Negro (fila 10), se observa un mayor espectro de asignaciones que incluye la mayoría de los grupos, con la excepción de La Isla, el Pukará y Santa Rosa de Tastil. Se destaca la cantidad de materiales clasificados en Patagones de Chubut,

j) Los miembros que componen la colección de Patagones de Chubut manifiestan una relativamente alta homogeneidad. Sólo un 18% ha sido redistribuido en otros grupos, principalmente en la serie vecina de Río Negro, y secundariamente en poblaciones andinas,

k) En la fila 11, observamos que la proporción más importante de cráneos Onas asignados a otros grupos distintos del original, lo ha sido a la colección Yámana y Alacaluf; unos pocos han sido repartidos en series de Patagonia y región andina.

l) Por último, debemos destacar que la población Yámana y Alacaluf

(fila 12) presenta junto con Patagones de Chubut y Paucarcancha, el mayor porcentaje de observaciones clasificadas en el grupo original. La proporción restante fueron ejemplares asignados en las colecciones de Onas, Patagonia y Valles Calchaquíes.

DISCUSION

Bajo los supuestos de que las muestras empleadas en este trabajo, hayan sido obtenidas de poblaciones que se ajustan al modelo normal multivariado, y que cada conjunto de puntos se distribuya en el espacio multidimensional, alrededor de sus respectivos centroides con iguales matrices de dispersión, los resultados obtenidos con la D^2 generalizada y con el Lambda de Wilk ($p \ll 0,01$), permiten concluir que no existen pruebas suficientes para sostener la hipótesis de nulidad, acerca de las diferencias entre los vectores medios de todos los grupos. Esto significa que de acuerdo a las variables seleccionadas, cada colección puede considerarse proveniente de una población distinta de las demás, circunstancia que pone en evidencia una verdadera discontinuidad fenotípica en el área considerada.

Sin embargo, después de efectuar una comprobación de esta naturaleza, por su condición de general, siempre surge la duda de si la variación observada podría ser la provocada, en gran parte, sólo por el excesivo alejamiento de uno o dos grupos del conjunto restante. El rechazo en todos los casos de la hipótesis nula, acerca de las diferencias entre los vectores medios de cada par de grupos (Cuadro 2), permitió despejar la duda antes planteada, acentuando la comprobación del extremo grado de diferenciación morfológica alcanzado por las poblaciones que habitaron nuestro suelo.

Pero las comprobaciones anteriores encierran también, un significado sumamente importante para la concepción del fenómeno estudiado. El aparente desorden numérico que resulta de la inspección directa de una lista de promedios, como la consignada en el Cuadro 1 y la imposibilidad de extraer conclusiones válidas científicamente de dicha actitud, se desvanecen afortunadamente, al considerar cada línea del cuadro mencionado como una unidad (un vector de promedios) representada por un punto (centroide) en un sistema de coordenadas p -dimensional (en nuestro caso $p = 9$), alrededor del cual se distribuyen las restantes observaciones de cada grupo. El total de la información manejada en el presente trabajo, puede ser imaginada como una porción del espacio ocupada por un gran número de puntos, cuya densidad aumenta en las proximidades de los centroides y disminuye a medida que se alejan de ellos, configurando una cons-

telación de subconjuntos correspondientes a las 12 poblaciones de las cuales fueron obtenidas las muestras consideradas,

A pesar de que las diferencias morfológicas entre cada par de grupos fueron probadas desde el punto de vista estadístico, la inspección de los valores D^2 (ángulo superior derecho del Cuadro 2) sugiere una desigual distribución de los mismos en el espacio multidimensional. Si consideramos a dichos valores como una medida de la distancia entre cada centroide y los restantes, bajo el supuesto de que también representen con suficiente aproximación la magnitud de las diferencias morfológicas, sería posible determinar el mayor o menor grado de parentesco entre las poblaciones que nos permitiese esbozar una clasificación tentativa de las mismas. Buscando el mejor arreglo de las muestras por medio del análisis de conglomerados, se obtuvo el dendrograma de la Figura 2, Como era de esperar, las colecciones fueron agrupadas siguiendo un patrón geográfico bastante aproximado a la realidad, concretándose con ello la posibilidad de hacer inferencias acerca de sus relaciones filogenéticas entre ellas.

Una primera división del conjunto de los doce grupos considerados, separó las poblaciones de Tierra del Fuego (11 y 12) de aquellas correspondientes a la porción continental del cono sudamericano, las cuales a su vez han sido distribuidas, por la segunda división, en dos grandes ramas: una que incluye a las poblaciones asentadas en la región andina y otra a los grupos del Litoral y de Patagonia. Las colecciones de San Pedro de Atacama y Santa Rosa de Tastil, cuya proximidad destaca este análisis, fueron incluidas juntas con Valles Calchaquíes. Por otra parte, y al mismo nivel jerárquico anterior, se agruparon las colecciones de la Quebrada de Humahuaca y las del altiplano peruano-boliviano. Los grupos del Litoral Fluvial Argentino y Patagones de Río Negro fueron segregados en una categoría distinta a la de Patagones de Chubut. Cabe destacar que la distancia entre las ramas terminales correspondientes a Paucarcancha y Tiahuanaco, es mucho mayor que cualquiera otra de la misma jerarquía.

De la observación y análisis del dendrograma antes citado, es posible inferir, mientras no existan pruebas que indiquen lo contrario, que resulta difícil explicar el poblamiento del N.O. argentino mediante la intervención de grupos semejantes a los del Litoral, Patagonia y Tierra del Fuego; si en cambio dicha explicación se torna más viable si pensamos en poblaciones ubicadas en el sur de Perú, suroeste de Bolivia y Norte de Chile, con las cuales el grado de parentesco biológico parece haber sido mayor. Es posible que en algunos momentos de la historia bioantropológica del N.O.

argentino, la homogeneidad somática de sus poblaciones haya sido más marcada que en otros en los cuales la diferenciación local fue mayor. Sin embargo, ante la ausencia de datos temporales precisos, es difícil adoptar al respecto, una posición definida. La Quebrada de Humahuaca se presenta como una unidad distinta, próxima a poblaciones de regiones norteañas y alejada de las que habitaron en la subárea valliserrana. Entre estas últimas es sugestiva la presencia de elementos del oasis de San Pedro de Atacama, más estrechamente ligados a Santa Rosa de Tastil.

La variación interpoblacional puede ser explicada postulando la intervención de un conjunto de factores, y la situación ser representada mediante un cierto modelo estadístico de naturaleza experimental. En un espacio muestral multidimensional tal, como el que nos toca hacer referencia en esta oportunidad, la distancia entre los centroides de cada grupo - expresada como D^2 o $\sqrt{D^2}$ - es una función dependiente de la distancia geográfica, temporal, cultural y hasta ecológica entre las poblaciones originales, más un error donde se incluyen todas aquellas causas de variación que no se tuvieron en cuenta en la elaboración del presente modelo. Las diferencias morfológicas entre dos poblaciones dadas, puede ser investigada considerando la acción conjunta de los factores mencionados, o de acuerdo a las particulares circunstancias en las que se desarrolla el experimento, por alguno de ellos en especial.

La observación de los valores D^2 del Cuadro 2, nos sugería una explicación "a priori" de la influencia de la distribución geográfica de las poblaciones sobre su diferenciación morfológica. Aunque no podíamos tener en cuenta, por falta de información, las restantes causas de variación antes mencionadas, decidimos investigar esta explicación observando la correlación entre la $\sqrt{D^2}$ y las distancias espaciales entre las poblaciones consideradas. Para ello, confeccionamos la Figura 5 y efectuamos los cálculos del Cuadro 5. El modelo explicativo empleado, supone que en el error se acumulan los efectos de los factores que no fueron incluidos,

La distribución de los puntos en el plano determinado por las dos coordenadas: la distancia morfológica ($DM = \sqrt{D^2}$) y la distancia geográfica (DG), configuraba una situación que podía ser ajustada por un modelo sencillo - una línea recta -, en donde DM es la variable dependiente y DG la independiente. En efecto, la tendencia general observada en la distribución de los puntos, puede ser expresada, de acuerdo con los datos del Cuadro 5, por la siguiente ecuación $DM = 1,355 + 0,460 DG$. El valor del coeficiente

de correlación (0,888) nos indica el estrecho grado de asociación entre las variables, circunstancia corroborada por el rechazo de la hipótesis nula acerca del coeficiente de regresión (0,460) por medio del valor "t" calculado. Además el coeficiente de correlación nos expresa que el 80% de la relación entre DM y DG puede ser explicado por la recta de regresión, quedando un 20% inexplicado correspondiente al error en el cual se incluyeron los factores no considerados en dicho modelo.

La bondad con que el modelo lineal calculado explica las distancias DM, puede ser también comprobada mediante el Análisis de la Varianza de la Regresión (Cuadro 5). En efecto, el cuadrado medio que expresa la variación explicada por la línea de regresión es 36,458 y el cuadrado medio de la variación no explicada (el desvío de los puntos con respecto a la recta) es = 0,179 ; el cociente entre ambos (203, 232) se distribuye como una "F" con 1 y 54 grados de libertad, siendo su probabilidad menor a 0,01.

Es preciso hacer notar que pocas veces se observa un ajuste entre datos biológicos, como el antes realizado. A pesar de esto, es posible destacar algunos problemas que se derivan del análisis del mismo. Por ejemplo, para $DG = 0$, $DM = 1,355$ (ordenada al origen), lo cual además de indicar el incremento de la distancia morfológica por cada unidad que aumenta la distancia geográfica, nos expresa que siendo DG nula, las poblaciones aún difieren entre sí como es el caso de la Isla y el Pukará de Tilcara. Esta situación puede ser explicada por un error razonable en la estimación de las distancias sobre el mapa (de escala muy reducida) entre dichas colecciones. Problema que en el futuro podrá ser resuelto disponiendo de las coordenadas geográficas exactas (latitud y longitud) de los lugares en los cuales fueron obtenidas las muestras en cuestión. Por otra parte, el error del 20% en la estimación de DM (diferencia entre el valor real y el calculado con la función), es una medida, aunque no discriminativa, de la importancia de los factores tiempo, cultura y ecología en la diferenciación morfológica de las poblaciones.

Si el modelo de regresión construido es el que mejor se ajusta a los datos disponibles, dentro de los límites de la situación empírica analizada, es posible, conociendo la distancia geográfica entre dos poblaciones, estimar la distancia morfológica entre ellas con un 20% de error atribuible a la influencia de los factores no considerados.

Como expresáramos en los resultados de este informe, el análisis

de los valores consignados en los vectores propios estandarizados, permite inferir la contribución de cada variable al poder discriminante de las funciones calculadas, teniendo en cuenta también el porcentaje de la variación total explicada por cada uno de ellos. En tal sentido se observa que la influencia de la anchura orbital y longitud del paladar explican el mayor poder discriminante del primer vector, siendo nula la importancia del diámetro frontal mínimo. En el segundo vector se nota una mayor incidencia de la variable mencionada antes, en primer lugar, junto con la anchura bicigomática y el diámetro prostion-basilar, mientras que en el tercero se destaca la marcada contribución de aquella última acompañada por la anchura de la cara y el diámetro frontal mínimo,

La visualización de la distribución de los grupos en el espacio multidimensional, obviamente es imposible de ser lograda prácticamente, ya que constituye una situación abstracta, en donde los objetos materiales se tornan objetos ideales propios de las ciencias formales. Este problema tiene una solución que brinda la posibilidad de traducir a un lenguaje gráfico - particularmente a un plano la distribución de un conjunto de puntos del espacio muestral p-dimensional. Para ello, empleando los vectores propios normalizados, se transforman los datos originales de cada grupo (observaciones, promedios y matriz de dispersión), con el objeto de reducir las dimensiones del espacio inicial. Al pie del Cuadro 3, hemos representado en columnas las ocho primeras variables, resultantes de la operación antes mencionada aplicada sobre los valores medios de cada muestra; cada fila constituye el nuevo vector de medias en el espacio reducido. La distribución de los grupos puede ahora ser observada, por medio de un conjunto de puntos en un plano determinado por dichas variables - tomadas de a dos por vez.- Dicho conjunto de puntos, tal como se observa en las Figuras 3 y 4 son los centroides de cada grupo, dispuestos en el sentido de la mayor variación.

Ambos gráficos representan una comprobación más de las consideraciones realizadas con respecto a la relación entre las poblaciones, razón por la cual no abundaremos en mayores detalles. La asociación entre las colecciones de Perú y Bolivia y N. Grande de Chile con las del N.O. argentino, sugiere que en épocas pasadas fue activo el intercambio genético entre las poblaciones de las que fueron obtenidas, pero menor que el operado dentro de cada una de ellas. De esta forma, a pesar de las distancias, de los factores geográficos, culturales y temporales que pudieron actuar como barreras, otorgando a cada una de ellas una individualidad propia, la semejanza entre las poblaciones andinas es mayor que entre ellas y las que habitaron en otras regiones ubicadas más al sur.

Una relación semejante se observa entre las poblaciones del Litoral fluvial y Patagonia, siendo las más diferentes entre sí la del Delta e Isla Los Marinos y la de Patagonia de Chubut. El distanciamiento de los grupos de Tierra del Fuego, expresa de por sí, el aislamiento histórico en el cual se han desarrollado desde un remoto pasado.

La reclasificación de las observaciones en uno de los distintos grupos considerados, en función de la mayor probabilidad de pertenecer a él (Cuadro 4), quizás nos ayude más a comprender la interrelación biológica que existió entre las distintas poblaciones que habitaron nuestro suelo. Sin embargo, la discusión de la asignación de casi 700 observaciones en doce grupos, creemos que constituye una tarea ardua para quien escribe y para quien le toca leer, razón por la cual agregamos el cuadro antes mencionado, en el cual sintetizamos la salida del programa correspondiente.

A la vista de esos resultados, no podemos asegurar que las funciones calculadas sean las mejores para discriminar entre las distintas poblaciones consideradas, a pesar de las pruebas de hipótesis realizadas. Por otra parte, el proceso de reclasificación se efectúa estimando valores de probabilidad individuales con lo cual, el error cometido puede estar influenciado por los factores de variación intrapoblacional como el sexo y la edad de las piezas craneales. Si las diferencias entre el sexo masculino y el femenino son tan sólo de tamaño, diferencias que en parte también explican los cambios etarios, y si en alguna medida las diferencias observadas entre las poblaciones son de igual naturaleza, es probable que tal circunstancia sea reflejada por las funciones discriminantes, y se traduzca en la variación de los puntajes discriminantes de cada observación. Por esta causa, un cráneo masculino de una población andina, de edad avanzada y quizás excepcionalmente más grande que los restantes, puede ser asignado a una colección patagónica y recíprocamente un ejemplar femenino de esta última región, puede ser también clasificado en alguna de las colecciones andinas, por más alejadas que estas se encuentren. Es por todo esto, que en el presente caso particular, la clasificación de los ejemplares en grupos distintos del original debe ser analizada con cuidado, recurriendo a toda la información disponible de cada unidad. Lamentablemente existen conjuntos en donde los factores sexo y edad no han sido estimados, circunstancia que impide en parte seguir con las recomendaciones anteriores. Con todo, en cuanto a rapidez, eficiencia y menor costo personal, ésta técnica supera ampliamente a cualquiera de las tradicionales, en lo que se refiere a la determinación de la pertenencia de un individuo o un conjunto de ellos a una o varias poblaciones.

Seguidamente expondremos brevemente, a modo de diagnóstico antropológico, las relaciones entre cada población aquí estudiada y las restantes, intentando, cuando los datos lo permitan, comparar nuestras conclusiones con las proporcionadas por los respectivos autores que las estudiaron originalmente.

1. Colección Paucarcancha (Perú)

Por las características métricas del cráneo facial, esta colección puede ser incluida en un mismo conjunto con las restantes de la región andina. Se encuentra más vinculada con las poblaciones de la Quebrada de Humahuaca y con las que habitaron en las proximidades del Lago Titicaca. Constituye una de las series de mayor homogeneidad somática entre las consideradas en este trabajo. En efecto, el 80% del material original fue asignado al mismo grupo, siendo la proporción restante repartida entre diversas poblaciones, de las cuales se excluyen Santa Rosa de Tastil, Patagones de Río Negro y las del territorio de Tierra del Fuego. Creemos que entre las observaciones asignadas a otros grupos, sólo deben tomarse en cuenta por su probabilidad y por las consideraciones hechas precedentemente, dos clasificadas en el grupo 4 (Valle Calchaquí) y una en el 5 (La Isla de Tilcara). Dichas observaciones corresponden, de acuerdo a la información proporcionada por Mac Curdy (*op. cit.*), a individuos de edad similar (28 años aproximadamente) de sexo masculino sin deformación, otro del mismo sexo pero con deformación circular y un tercero femenino con idéntico tipo deformatario.

El autor antes citado, atribuye a estos restos junto con los demás exhumados en el valle del Río Urubamba a una misma unidad étnica de origen incaico.

Dos ejemplares incluidos en la colección de Paucarcancha, fueron atribuidos por Mac Curdy (*op. cit.*) a elementos lágidos; uno de ellos seleccionado en la muestra que aquí utilizamos, corresponde a un ejemplar masculino sin deformación de aproximadamente 60 años de edad (según el autor nombrado), fue clasificado dentro de su propio grupo con el 71% de probabilidad.

2. Colección Tiahuanaco (Bolivia)

Esta colección se ubica entre las poblaciones de la región andina, pero presentando una menor homogeneidad que la anterior. Aunque constituyen una individualidad separable estadísticamente de las restantes, sus mayores vinculaciones parecieran haberse establecido entre Pau-

carcancha, Valles Calchaquíes y el Pukará de Tilcara, El 63% del material fue asignado al grupo original y la proporción restante a otros grupos, con la excepción de la Isla, Santa Rosa de Tastil, Litoral, Patagones de Río Negro y Tierra del Fuego, Del total de observaciones clasificadas fuera del grupo original, sólo consideraremos, por las mismas causas anteriores, dos ejemplares asignados al grupo 1, uno al 3, dos al 4 y dos al 6.

De la información proporcionada por Posnansky (*op. cit.*) nada es posible rescatar, en cuanto a la asignación racial de los materiales por él descritos. Por su parte, Hjortsjo y Lindh expresan en las conclusiones, frente a las circunstancias arqueológicas relacionadas a los restos bioantropológicos por ellos estudiados, y al tipo de práctica deformatoria, que los mismos pertenecen al tipo racial Andino y más particularmente a la "subraza" colla (Aymará) (Hjortsjo y Lindh, *op. cit.* : 556).

De acuerdo a los resultados de nuestro trabajo, no existiría en principio incompatibilidad entre los párrafos anteriores, sólo que es necesario destacar que las diferencias morfológicas entre la colección de Tiahuanaco y las restantes de la región andina a que hemos hecho referencia, son estadísticamente significativas, lo cual indica una diferenciación local en las proximidades del lago Titicaca que debe ser tenida en cuenta para explicar la evolución humana en el área considerada,

Si desde el punto de vista cultural, la influencia de Tiahuanaco ha sido perfectamente reconocida, nunca se pudo asegurar la participación de las gentes que habitaron próximas a dicho centro, desde el punto de vista biológico en regiones aledañas. Aunque no nos cabe duda que la muestra aquí empleada es un conglomerado de distintas épocas, creemos poseer suficientes evidencias como para expresar que entre Tiahuanaco y las demás poblaciones de la región andina, sí existió un activo intercambio genético, aunque por el momento no podamos precisar su dirección ni su magnitud.

3. Colección San Pedro de Atacama (Chile)

No existen dudas para considerar a esta colección dentro del tronco común de poblaciones de la región andina, vinculada estrechamente con las de Santa Rosa de Tastil y Valles Calchaquíes. Esto nos indica, como era de esperar por los datos arqueológicos, que la cordillera de los Andes, al menos a esta latitud, no impidió el intercambio tanto biológico como cultural, entre el oasis de San Pedro de Atacama y el N.O. argentino, funcionando más que como

verdadero medio de comunicación, a través de los pasos que en ella existen y que hoy aún emplean los transportes que unen la provincia de Salta con la Antofagasta en Chile,

Tampoco existen dudas del carácter conglomerádico de esta colección, formada por materiales provenientes de cementerios de diversas épocas, pertenecientes a un oasis del desierto de Atacama ubicado estratégicamente desde el punto de vista geográfico. Las cifras consignadas en la fila 3 del Cuadro 4, son por demás expresivas al respecto. Presenta el porcentaje más bajo de individuos asignados al grupo original y, en consecuencia la más alta y variada distribución en los restantes grupos, con la excepción de Yámana y Alacaluf de Tierra del Fuego. Sin embargo, esta proporción, cerca de 46%, atribuida a otras poblaciones distintas de la original, debe ser discutida más en detalle, teniendo en cuenta las recomendaciones referidas a la probabilidad de la asignación y a la correlación entre las funciones discriminantes y el tamaño craneofacial.

La mayoría de las observaciones asignadas a poblaciones de Patagonia eran individuos masculinos entre maduros y seniles, razón por la cual fueron descartadas junto con aquellas asignadas con baja probabilidad a otros grupos, quedando 10 ejemplares reclasificados: 8 en Valles Calchaqués, 1 en Santa Rosa de Tastil y 1 en el Pukará de Tilcara.

Aunque el grado de transvariación entre las poblaciones de la región andina es grande, no tenemos pruebas convincentes de la intervención de Tiahuanaco en el poblamiento de San Pedro de Atacama, desde el punto de vista bioantropológico. En cambio no existen dudas de las interrelaciones entre la población de la cual fue obtenida esta colección y el N.O. argentino.

4. Colección Valles Calchaqués (República Argentina)

Los resultados expuestos en las Figuras 3, 4 y 5, son por demás elocuentes para señalar la posición que ocupa esta colección entre las de la región andina y particularmente entre las de Santa Rosa de Tastil y el oasis de San Pedro de Atacama, conformando una misma unidad taxonómica.

Aunque el mayor porcentaje de ejemplares fue ubicado dentro de su grupo original, la extensión del área en la cual fue obtenida esta colección, explica que el 35% haya sido asignado a otros grupos con la única excepción de la colección Ona de Tierra del Fuego. Sin em-

bargo, como en casos anteriores, luego de una revisión crítica de los resultados de la reclasificación quedaron solo 20 ejemplares asignados a otros grupos, en la forma siguiente: 8 a San Pedro de Atacama, 5 a Paucarcancha, 4 al Pukará de Tilcara y 1 tanto a La Isla como a Tiahuanaco y a Santa Rosa de Tastil.

Por lo anteriormente expresado, nuestras conclusiones concuerdan con las de Constanzó a propósito de la descripción de esta colección y su posterior diagnóstico racial. En efecto, la autora cita da ubica los ejemplares de la serie Zavaleta entre las poblaciones andinas, sosteniendo que "Que la región Calchaquí estaba habitada por individuos de una unidad racial indiscutible", afirmación ésta última que no nos atrevemos a seguir manteniendo. Sin embargo la heterogeneidad somática de las poblaciones del área Diaguita, ya había sido entrevista por dicha autora (Constanzó, *op.cit.*: 280), tal como ha sido puesto de manifiesto en el presente trabajo,

5. Colección La Isla de Tilcara (República Argentina)

Entre las poblaciones andinas, La Isla y el Pukará de Tilcara constituyen una estrecha asociación. Es posible que la distancia geográfica sea una explicación insuficiente de las diferencias morfológicas demostradas entre dichas colecciones, razón por la cual en este caso, la intervención de los factores tiempo y cultura debe ser tenida en cuenta si queremos lograr una interpretación más realista de la situación planteada. Los materiales culturales asociados a los restos humanos encontrados tanto en La Isla como en el Pukará, indican la pertenencia de ambos yacimientos a dos momentos consecutivos de la prehistoria de la Quebrada de Humahuaca: el Período Medio, en o hacia finales del mismo se ubicaría el contexto del primer yacimiento y el Período Tardío dentro del cual se incluye el segundo (Pérez, 1968 :284-289; González y Pérez, 1972: 67-75-76, 102-106). Si bien ambos han sido discriminados desde el punto de vista arqueológico, y en consecuencia debemos suponer una diferencia temporal, la magnitud de la misma no puede ser precisada, aunque una cifra entre 200 o 300 años no estaría muy alejada de la realidad.

La mayor parte de las piezas craneales de la colección de La Isla fueron clasificadas en el grupo original, siendo las restantes asignadas en mayor proporción a Paucarcancha y al Pukará.

Desde el punto de vista bioantropológico, no existen pruebas para asegurar la intervención de Tiahuanaco en el poblamiento de este yacimiento, como así tampoco de migraciones provenientes de San Pedro

de Atacama. Su origen no estaría desvinculado de poblaciones semejantes a la de Paucarcancha (Figura 3), sin embargo se precisan ma yores evidencias.

6. Colección el Pukará de Tilcara (República Argentina)

Como expresáramos anteriormente, esta colección se asocia con la de La Isla, siendo igualmente válidas muchas de las consideraciones rea lizadas. De acuerdo a la Figura 3, desde el punto de vista morfo-l ógico, esta colección parece ubicarse en una posición equidistan-te de Paucarcancha, Santa Rosa de Tastil y San Pedro de Atacama.

Una vez revisado el material asignado a otros grupos, seleccionamos seis observaciones de las cuales cinco fueron clasificadas, en Valles Calchaquíes y una en Paucarcancha, dando una imagen más pr óxima, de relaciones con otras poblaciones, a la representada en la Fi gura 4.

Las conclusiones de Dillenius, luego de aplicar el método comparati vo de Mollison para analizar las diferencias entre las variables ab solutas del cráneo facial entre La Isla y el Pukará de Tilcara, no se contradicen con los resultados de nuestro trabajo. Pero, cuando recurre a los índices, expresando que "la forma analítica general de nuestros cráneos es semejante para ambas series" (Dillenius, *op. cit.*: 83), debemos tomar una prudente distancia, pues no sabemos el signifi-ca do biológico de esta afirmación, lo que tampoco surge del cita-do trabajo.

Las vinculaciones bioantropológicas entre Tiahuanaco y el Pukará, pa recen haber sido más factibles que entre aquel centro y La Isla, co mo ya fue expresado. Es sugestivo el hecho de que recíprocamente, ningún material de la colección de Bolivia ni de este último yaci-mi ento, haya sido reclasificado en uno u otro grupo (Ver Cuadro 4, filas 2 y 5). En cambio, sí se observa que parte de los ejemplares de Tiahuanaco fueron asignados al Pukará.

7. Colección Santa Rosa de Tastil (República Argentina)

Es la última de las colecciones de la región andina consideradas. Aunque representa el desarrollo local de una población humana perfectamente diferenciada de las restantes, sus relaciones fueron más estrechas con San Pedro de Atacama y Valles Calchaquíes. Como en el

caso de La Isla, no es posible por el momento, descubrir vinculaciones concretas entre Tiahuanaco y la serie tastileña,

De las observaciones clasificadas en otros grupos, luego de su selección siguiendo los criterios ya explicados, quedaron tres, una asignada a Valles Calchaquíes, una a La Isla y una al Pukará,

De acuerdo a la evidencia disponible, su origen debe buscarse entre las restantes poblaciones del N.O. argentino y del oasis de San Pedro de Atacama. Si bien los autores que efectuaron la descripción y diagnóstico de esta colección postularon su formación a partir de "una miscegenación entre pueblos ..., asimilables al cánon raciológico ándido con individuos o poblaciones ..., de morfología aproximada al cánon pampido" (Marcellino y Ringuelet, *op. cit.*:413), creemos que desde el punto de vista de los caracteres faciales, no existen en la actualidad pruebas suficientes para mantener dicho enunciado como una hipótesis comprobada. La distancia morfológica entre las poblaciones andinas es menor que entre estas y las poblaciones de Patagonia. En la totalidad de los casos de materiales andinos reclasificados en poblaciones australes, se verificó el doble fenómeno de su baja probabilidad y de ser individuos maduros a seniles de sexo masculino. La circunstancia ya anticipada en párrafos anteriores, de que el tamaño de los cráneos depende de la edad y del sexo, nos lleva a menudo a confundir como de origen pampido, ejemplares encontrados en colecciones andinas.

8. Colección Litoral Fluvial Argentino

De acuerdo a los datos proporcionados por nuestro trabajo, parece que a orillas del río Paraná (frente a la ciudad de Rosario y en la región del Delta), habitó una población emparentada con las de Patagonia, más precisamente vinculada con aquella asentada en el valle del río Negro y de la cual se obtuvieron los materiales que integran la serie 10.

En el Litoral y Patagonia así como en Tierra del Fuego, la reclasificación de ejemplares en otros grupos y principalmente en aquellos de la región andina, debe también ser analizada críticamente, por las razones antes apuntadas, pero que en estas zonas funcionan de una manera inversa: si el tamaño del macizo facial aumenta hacia el sur del continente y a su vez dicho carácter varía con la edad y el sexo, el valor de cada observación en la función discriminante seguirá también dichas pautas. Esto puede traer como conse

cuencia que es mayor la probabilidad de que un cráneo femenino adulto de aquellas regiones sea clasificado en una población andina.

En la colección que ahora nos ocupa, lamentablemente la indeterminación del sexo y de la edad en la mayor parte de las piezas que la componen - las descritas por Gaspary (*op. cit.*) - nos impidió realizar tal selección. De todas formas el carácter constante del fenómeno clasificatorio antes enunciado, nos permite tomar una decisión al respecto, no considerando aquellas piezas asignadas a la región andina, ya que con ello estamos seguros de no cometer errores serios.

En las Figuras 2,3 y 4, así como por los resultados del Cuadro 4, se destaca la desvinculación total de la población del Litoral Fluvial con las que habitaron en Tierra del Fuego, y su parentesco con las de Patagonia, coincidiendo con lo observado también por Gaspary con respecto al material descrito por él y por Torres de la zona del Delta (*Gaspary, op. cit.*).

9. Colección Patagones de Chubut (República Argentina)

Sus características esplanocraneanas han permitido incluirla dentro del conjunto de poblaciones de Patagonia pero a una cierta distancia del grupo formado por Patagones de Río Negro y Litoral Fluvial. Las vinculaciones con poblaciones de Tierra del Fuego son prácticamente nulas, igual que con respecto a las de la región andina.

Constituye el grupo de mayor homogeneidad somática, de todos los considerados en el presente trabajo. El 82% de las piezas que forman la colección fueron ubicadas dentro de la misma, quedando un 18% clasificados en otras series. La selección de esta última proporción arrojó solamente seis ejemplares asignados en Patagones de Río Negro.

10. Colección Patagones de Río Negro (República Argentina)

No parecen existir dudas acerca de la inclusión de esta serie en el grupo común de poblaciones patagónicas. Sin embargo los materiales que la componen demuestran cierta heterogeneidad que se pone de manifiesto en las piezas asignadas a otros grupos. De estas últimas, luego de efectuada su revisión, hemos retenido 15 ejemplares clasificados como sigue: 11 en Patagones de Chubut, 2 en San Pedro de Atacama, 1 en el Litoral y 1 en cada una de las poblaciones de Tierra del Fuego. Las observaciones asignadas a la colección del Norte de Chile, no ofrecen pruebas para ser rechazadas, ambas pertenecen a individuos

masculinos sin datos sobre la edad, presentando en uno de los casos una probabilidad del 50% y el otro del 66% de pertenecer al citado grupo. Sin embargo no sería extraño que la edad de ambos ejemplares fuese entre juvenil y adulto, lamentablemente Marelli (*op. cit.*) no proporcionó los datos suficientes para efectuar su comprobación.

11. Colección Ona (Tierra del Fuego)

La población de la cual fue extraída esta colección constituye junto con la serie Yámana y Alacaluf, por lo menos en lo que a los caracteres craneofaciales se refiere, una misma unidad taxonómica. La proximidad morfológica de ambas colecciones se pone de manifiesto por la posición de los centroides en la Figura 4 y por la inclusión de ambas en una misma categoría, separada del conjunto continental (Fig. 2).

La mayoría de los ejemplares asignados sin dudas, a un grupo distinto del original, lo fueron a la vecina colección de Yámana y Alacaluf. En efecto ocho observaciones fueron incluidas en esta última población con elevados valores de probabilidad.

12. Colección Yámana y Alacaluf (Tierra del Fuego)

En esta colección se observa una mayor homogeneidad morfológica que en la anterior. Su ubicación en el margen más austral de nuestro continente se pone de manifiesto en las Figuras 3 y 4. Del total de ejemplares asignados a otros grupos hemos seleccionado 4 de ellos incluidos en el grupo 11, por su mayor seguridad.

Las poblaciones citadas en último término, representan cada una de ellas una individualidad morfológica-estadística, no completamente separadas entre si por el material reclasificado en una y otra; pero su aislamiento, en conjunto, de las restantes aquí consideradas es por demás manifiesto.

La intervención en el poblamiento de Patagonia de poblaciones procedentes tanto de la región andina como de Tierra del Fuego, no parece haber sido destacado plenamente en los resultados de este trabajo. Tal conclusión no es extraña frente a la fragmentariedad de la información manejada. Las distancias morfológicas entre las citadas para la porción insular y las restantes, asegura su independencia y su desarrollo en un marco geográfico de relativo aislamiento.

Sin embargo, es prudente no excederse con los resultados del presente trabajo, pues deben ser críticamente analizados a la luz de toda la información disponible. Es obvio destacarlo, tales resultados dependen de la naturaleza de los datos empleados, los mismos podrán variar en el futuro, cuando se puedan incluir nuevas colecciones mejor datadas y un conjunto de variables más completo, en número y calidad que las aquí empleadas.

CONCLUSIONES

El estudio comparativo de doce colecciones craneológicas provenientes de Perú, Bolivia, Norte de Chile, N.O. argentino, Litoral, Patagonia y Tierra del Fuego, revela aspectos significativos del proceso de la evolución humana que abren nuevas perspectivas a los estudios bioantropológicos.

La existencia en épocas prehispánicas de poblaciones distintas desde el punto de vista morfológico, resultantes de la selección y adaptación de diferentes fenotipos a condiciones locales particulares y dependiente de las circunstancias históricas en las cuales cada una de ellas se desarrolló, se deriva de la información proporcionada por el presente trabajo.

El conjunto de seres humanos que en épocas pasadas habitó nuestro suelo presentaban características morfológicas que variaban geográfica y cronológicamente en forma continua, pero alcanzando valores típicos en unidades discretas, en cuanto a su densidad llamadas poblaciones o demes. Estas estaban formadas por grupos de individuos semejantes que habitaban en un lugar determinado, entre los cuales la frecuencia de entrecruzamientos fue mayor que entre individuos pertenecientes a poblaciones distantes.

Desde el punto de vista de los caracteres métricos del esplanocráneo, se han comprobado diferencias estadísticas significativas entre todas las colecciones consideradas. Esto lo fue, tanto de forma general como particular al analizar las diferencias entre cada par de ellas, revelando un alto grado de heterogeneidad fenotípica en el área estudiada.

Las distancias morfológicas entre cada serie y las restantes, medida en términos de D^2 , no parecen depender exclusivamente del azar, sino muy por el contrario, su distribución parece reflejar influencias marcadas de su dispersión geográfica, y posiblemente también de las diferencias cronológicas, ecológicas y culturales habidas en

tre ellas. El 80% de la variación morfológica puede ser explicada especialmente, quedando un 20% atribuido a los factores mencionados en último lugar.

La diferenciación morfológica de las poblaciones humanas representadas por las muestras que hemos empleado, es entonces proporcional a su distanciamiento espacial, circunstancia que permite en parte inferir también que el mayor o menor parentesco entre ellas depende de la mayor o menor proximidad de los lugares en donde habitaron.

Si la clasificación de los demes, en función de las distancias morfológicas entre ellos, revela sus relaciones de semejanzas y diferencias, entonces el resultado obtenido del análisis de conglomerados, nos permite inferir el posible parentesco que existió entre uno y otro y en consecuencia sus vinculaciones genéticas. El ordenamiento jerárquico de los mismos, representado en la Figura 2, parece ser la mejor aproximación en este sentido. Una información semejante es proporcionada por la distribución de los centroides en el espacio reducido (Fig. 3 y 4).

A pesar de que cada población local estudiada constituye una individualidad desde el punto de vista morfológico, se han puesto en evidencia entre algunas de ellas, relaciones más estrechas que entre otras. Por ejemplo, se destaca la proximidad entre los grupos de Tierra del Fuego, cuyo distanciamiento del conjunto restante a la vez que marcado, indica el aislamiento en que se han desarrollado. Las poblaciones de Patagonia y del Litoral, se presentan también próximas entre sí, ubicándose en una posición intermedia entre las anteriores y las de la región andina. Estas últimas parecen constituir un conglomerado de demes estrechamente vinculados desde el punto de vista histórico.

Desde una perspectiva etnodinámica, las influencias recíprocas entre las regiones de las cuales fueron obtenidos los materiales empleados en este trabajo, en algunos casos pueden ser inferidas con suficiente aproximación, mientras que en otros tal apreciación se torna mucho más difícil. Con la información disponible, no es posible explicar el poblamiento del N.O. argentino mediante la intervención de grupos semejantes a los del Litoral, Patagonia y Tierra del Fuego. En cambio, si pensamos en poblaciones ubicadas al N.O. del Cuzco (Perú), suroeste de Bolivia y Norte de Chile, dicha explicación se hace más viable, puesto que parece haber sido mayor el grado de parentesco entre los grupos que habitaron en el área meridional. Menos aún puede ser postulado el origen de las poblaciones de San Pedro de Atacama, Paucarcancha y Tiahuanaco ape

lando a grupos semejantes a los de la porción más austral del continente.

El noroeste argentino, desde el punto de vista bioantropológico, se presenta constituido por un mosaico de poblaciones, cuya historia biológica se desarrolló en estrecha conexión con los procesos etno genéticos producidos en el altiplano peruano-boliviano y Norte Grande de Chile. Sin embargo, una visión clara acerca del origen y desarrollo de las mismas no es posible hasta el momento en que se dispongan de datos cronológicos concretos.

Las poblaciones que habitaron en la Quebrada de Humahuaca a pesar de constituir una misma unidad biológica, presentan diferencias entre sí, explicables solamente desde el punto de vista temporal y cultural. Sus vinculaciones parecen haber sido más estrechas con grupos de Perú y Bolivia.

La asociación entre materiales de San Pedro de Atacama, Santa Rosa de Tastil y Valles Calchaquíes, parecen ser indicativos de un activo intercambio, en épocas pasadas, entre el N. Grande de Chile y el N.O. argentino.

La participación de poblaciones que habitaron a orillas del lago Titicaca en el poblamiento del N.O. argentino, puede ser inferido sin mayores dificultades a partir de los resultados proporcionados por este trabajo. Es posible que el intercambio humano se haya realizado a través del Pukará de Tilcara en dirección a los Valles Calchaquíes, quedando exenta del mismo, tanto Santa Rosa de Tastil como San Pedro de Atacama.

Comprobada la correspondencia de cada muestra craneológica con una población diferente, las funciones discriminantes calculadas posibilitaron además, analizar la asignación correcta de cada ejemplar al grupo original. De esta operación resultó en todos los casos (Cuadro 4) un cierto porcentaje de observaciones de cada serie clasificadas en otros grupos para los cuales la probabilidad de pertenecer era mayor. El porcentaje empírico de individuos asignados a grupos diferentes del original, osciló entre el 18 y el 46% aproximadamente, proporción que indica el mayor o menor grado de homogeneidad de los demes y en algunos casos su carácter de conglomerado, dependiente de la naturaleza de las variables empleadas y del material incluido en aquellas, en cuanto a su diversidad de orígenes.

El análisis crítico de los resultados de la reclasificación de las observaciones permitió hacer inferencias acerca de las vinculacio-

nes que existieron entre las diversas poblaciones y el intercambio humano verificado entre ellas. Por ejemplo, en la región andina se destaca el operado entre Valles Calchaquíes, San Pedro de Atacama y Santa Rosa de Tastil; en Patagonia entre las series del valle del río Negro y Chubut, y en Tierra del Fuego entre Onas y Yámana y Alacaluf.

Las funciones discriminantes calculadas pueden ser usadas, teniendo en cuenta las recomendaciones realizadas en la Discusión del presente trabajo, para determinar el grado de semejanza entre un nuevo ejemplar craneano o un grupo de ellos y cualquiera de las doce poblaciones estudiadas aquí, de manera más rápida y eficiente empleando procesos electrónicos que con los métodos tradicionales. En el futuro esta técnica, podrá ser mejorada con la incorporación de información de mejor calidad y variables más eficientes que permitan una mejor discriminación.

El programa de investigación desarrollado en los últimos años, tendiente al estudio de las poblaciones humanas que en épocas prehistóricas habitaron en el Norte Grande de Chile y Noroeste argentino, ha proporcionado a través de las distintas etapas y proyectos parciales que lo componían, resultados que superaron las propias expectativas iniciales. Un considerable progreso hemos experimentado en el conocimiento de los factores intrapoblacionales que afectaron la morfología craneana, supuestos e inadecuadamente comprobados en épocas anteriores, hoy tenemos la evidencia concreta de la influencia del dimorfismo sexual y de la deformación craneana artificial en el desarrollo de la estructura ósea de la extremidad cefálica. Cumplida esta etapa de fundamental importancia, se procedió al estudio de la variación humana interpoblacional, confrontando un conjunto de colecciones craneológicas provenientes de diversas regiones, con lo cual se cubrieron satisfactoriamente los diversos objetivos consignados al comienzo.

Si las tareas de investigación desarrolladas fueron conducidas con éxito, fue no sólo por el enfoque teórico de la problemática planteada, sino también por el vasto aparato técnico estadístico y de computación puesto en marcha, el cual posibilitó en gran medida el manejo ordenado y sistemático de una información que por su volumen superaba los procedimientos tradicionales.

Sin embargo, nos apartaríamos de la realidad, si con los resultados obtenidos hasta el momento, diésemos por terminada la tarea. Muy por el contrario, una evaluación de los mismos sugiere la necesidad de continuar, ampliando el presente programa para cubrir las nuevas perspectivas que durante el curso de su desarrollo fueron

surgiendo como una consecuencia razonable.

En tal sentido, destacamos la necesidad de profundizar los estudios de antropología física prehistórica, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La estructuración de los mismos en un marco teórico y metodológico general de la Prehistoria y particular vinculado a la evolución biológica del hombre.
2. El mejoramiento y la optimización de las técnicas existentes y la puesta en marcha de otras que permitan un manejo más eficiente de la información. Por ejemplo, aquellas referidas al diagnóstico del sexo, de la edad y de las diferentes clases de deformación artificial.
3. La provisión de información básica adecuada a la naturaleza del fenómeno estudiado. El relevamiento de colecciones más o menos numerosas, integradas por ejemplares provenientes de un mismo yacimiento y adecuadamente asociados con restos culturales.
4. La evaluación crítica de la información proporcionada por los caracteres métricos.
5. La correcta descripción de cada colección, del dimorfismo sexual, la deformación craneana artificial y las variaciones etarias.
6. La discriminación de la variación morfológica interpoblacional, desde el punto de vista espacial, temporal, ecológico y cultural.
7. La concreción de estudios de carácter local y regional, destinados a la elaboración de una verdadera periodificación bioantropológica.
8. La integración de modelos evolutivos locales que permitan explicar el poblamiento, el origen y desarrollo, de las comunidades humanas que habitaron en una región determinada.
9. La explicación del cambio biológico operado en el pasado, en el curso de la evolución de las distintas comunidades que habitaron nuestro suelo, nos permitirá evaluar el presente de quienes las heredaron y predecir su porvenir, desde el punto de vista de su adaptación a las cambiantes condiciones ecológicas y culturales.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. ALBERTO J. MARCELLINO que dirigió el trabajo del autor desde 1972 hasta 1976 como becario del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina, y por haber permitido el uso de los datos inéditos sobre la colección de San Pedro de Atacama.

A la Dra. HEBE G. DE ROITTER, cuya valiosa cooperación durante más de tres años permitió por parte del autor el aprendizaje y la aplicación de los métodos y técnicas estadísticas de análisis multivariado, empleados en el presente trabajo. Al Dr. JUAN B. ALLENDE, Director del Centro de Computación y Procesamiento de Datos de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba y al personal del mismo que durante tantos años nos brindara su desinteresada colaboración en el análisis de sistemas y en la programación de computadoras, así como en la perforación de información de tarjetas.

Al Sr. ENNIO E. CROCE, ex Director del Centro de Procesamiento de Datos del Ministerio de Hacienda de la Provincia de Córdoba, Argentina y al Lic. Víctor Batistel que le sucediera, así como al personal del mismo que permitió el proceso central de los datos con los cuales se realizó la mayor parte de este trabajo.

El autor desea reconocer la gentil y desinteresada cooperación de la Lic. Sra. SILVIA QUEVEDO en la preparación del manuscrito y del museólogo Sr. MIGUEL ANGEL AZOCAR por su intervención en las ilustraciones.

A todos ellos que el presente quede como muestra inalterable de mi sincero agradecimiento y prueba permanente de una sana amistad que condujo con éxito las tareas que fueron motivo del programa de investigación desarrollado. A la vez, deseo dejar constancia de las relaciones que constituyeron un verdadero modelo de colaboración interdisciplinaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BOX, G.E.P.

- 1949 A General Distribution Theory for a Class of Likelihood Criteria, *Biometrika*, 36:317-346. Inglaterra.

BRUES, A.M.

- 1946 Regional Differences in the Physical Characteristics of an American Population, *Am. J. Phys. Anthropol.*, 4:463-481. Philadelphia, U.S.A.

CANALS FRAU, S.

- 1953 Poblaciones Indígenas de la Argentina, 575 pp., Ed. Sudamericana, Buenos Aires, República Argentina.

COCILOVO, J.A.

- 1973 Dimorfismo Sexual y Deformación Craneana Artificial en Patagones de Chubut. Actas II Simposio Internacional de C. Morfológicas: 633-642. Córdoba, República Argentina.
- 1975 Estudio de Dos Factores que Influyen la Morfología Craneana en una Colección Andina: El Sexo y la Deformación Artificial. *Rev. Inst. Antrop.* 3ª S, 2:197-212, San Miguel de Tucumán, República Argentina.
- 1978 Estudio de Dos Factores que Influyen la Morfología Craneana en una Colección Patagónica: El Sexo y la Deformación Artificial, *Arch. de Anatomía y Antropología*, Instituto de Antropología Prof. Souza Marques, 3 (3):111-141. Río de Janeiro, Brasil.

COCILOVO, J.A. y A.J. MARCELLINO

- 1973 Hacia una Moderna Taxonomía Aborígen: El Análisis Estadístico en un Espacio Multidimensional, *Notas*

de Antropología Biológica, S.C., 10:1-5, Córdoba, República Argentina.

- 1974 Determinación del Sexo en una Serie Craneana Aborígen por medio de las Funciones Discriminantes. Rev. Inst. Antrop., 5:17-24. Córdoba, República Argentina.

COMAS, J.

- 1966 Manual de Antropología Física, 710 pp., Ed. Universidad Autónoma de México, México.

CONSTANZO, M. de las M.

- 1942 Antropología Calchaquí. Rev. Inst. Antrop., 2(9): 213-308. San Miguel de Tucumán, República Argentina.

COOLEY, W.W. y P.R. LOHONES

- 1962 Multivariate Procedures for the Behavioral Sciences, 211 pp., Ed. J. Wiley, New York, U.S.A.

DEFRISE-GUSSENHOVEN, E.

- 1952 Discrimination de Populations Voisines. Etude Biométrique, Bulletin Inst. Royal Scienc. Nat. Belg., 28:(46): 1-34, Bruxelles, Bélgica.

DILLENIIUS, J.A.

- 1913 Craneometría Comparativa de los Antiguos Habitantes de La Isla y del Pukará de Tilcara (Provincia de Jujuy), Publ. Secc. Antrop., Fac. Filosofía y Letras (U.N.B.A.), 12:1-104, Buenos Aires, República Argentina.

EDWARDS, A.N.F. y L.L. CAVALLI-SFORZA

- 1965 A Method for Cluster Analysis, Biometrics, 21: 362-375, Washington.

- 1967 Phylogenetic Analysis Models and Estimation Procedures, Amer. J. Human Genet., 19:233-257, Chicago, Illinois.
- FISCHER, R.A.
- 1936 The use multiple measurements in taxonomic problems, Eugenic, 7:179-188, London, Inglaterra.
- GASPARY, F.
- 1950 Investigaciones Arqueológicas y Antropológicas en un "Cerrito" de La Isla Los Marinos. (Prov. de Entre Ríos), Public. Inst. Arq. Ling. Folk., 23: 1-66, Córdoba, República Argentina.
- GONZALEZ, A.R. y J.A. PEREZ
- 1972 Argentina Indígena, vísperas de la conquista. 172 pp. en Historia Argentina, I. Ed. Paidós, Buenos Aires, República Argentina.
- GUSINDE, M.
- 1939 Die Fuerland-Indianer, 3 (2), Anthropologie der Fuerland-Indianer, 16: 510 pp., Wien-Moedling.
- HIERNAUX, J.
- 1956 Analyse de la variation des caracteres physiques humaines en una region de L' Afrique central: Ruan da-Urindi et Kivu, Annales du Musee Royal du Congo Belge, in 80, Sciences de L'Homme, Anthropologie, 3:1-131, Tervuren.
- 1964 La Mesure de la Difference Morphologique entre Populations pour un Ensemble de Variables, L' Anthropologique, 68:(5-6): 559-568, Paris, Francia.
- HJORTSJO, C.H. y J. LINDH,
- 1938-39 Anthropological investigation of the craneal and skeletal material from Dr. Stig Ryden's archaeological expeditions to the Bolivian highlands, Ap-

pendix II: 517-559, en S. Ryden, 1947, *Archaeological Research in the Highlands of Bolivia*, Göteborg.

HOWELLS, W.W.

- 1966 The Jomon Population of Japan. A study by discriminant Analysis of Japanese and Ainu crania, *Papers Peabody Mus. Arch. Ethnol.*, 57:1-43, Harvard University, Cambridge, U.S.A.

IMBELLONI, J.

- 1938 Tabla Clasificatoria de los Indios. Regiones Biológicas y Grupos Raciales Humanos de América, *PHYSIS*, 12:229-249, Buenos Aires, República Argentina.
- 1958 Nouveaux Apports á la Clasificación de l' Homme Américain. *Miscellanea Paul Rivet Octogenario Dicata*, XXXI Cong. Int. Amer., Univ. Aut. México, 1:107-136, México.

KENDALL, MG.

- 1972 A course in multivariate analysis, 185 pp., 5^a ed., Charles Griffin and Co., London, Inglaterra.

MAHALANOBIS, P.

- 1930 On test and measures of group divergences, *Journ. Asiat. Soc. Bengal.*, 26:541-588, Calcutta, India.
- 1936 On the Generalized Distance in Statistics, *Proc. Nat. Inst. Sciences of India*, 2 (1):49-55, Calcutta, India.

MAC CURDY, G.G.

- 1923 Human Skeletal Remains from the Highlands of Perú, *Am. J. Phys. Anthrop.*, 6(3):217-329, Philadelphia, U.S.A.

MARCELLINO, A.J. y RINGUELET

- 1969 Estudio Antropo-físico de los restos de Santa Rosa de Tastil, en Santa Rosa de Tastil: una ciudad preincaica argentina por E.M. Cigliano, Ed. Camargón: 406-494, Buenos Aires, República Argentina.

MARELLI, C.A.

- 1914 Contribución a la Craneología de las Primitivas poblaciones de la Patagonia, (Observaciones morfobiométricas), Anal. Mus. Nac. Hist. Natural de Buenos Aires, 26:31-91, Ed. del Autor Buenos Aires, República Argentina.

MAYR, E.

- 1968 Especies Animales y Evolución, 808 pp., Ed. Universidad de Chile y Ed. Ariel S.A., Barcelona, España.

MC KERN, T.W. y E.H. MUNRO

- 1956 A statistical technique for classifying human skeletal remain, American Antiquity, 24:375-382.

PAULOTTI, O. et. als.

- 1949 Contribución a la Craneología de Catamarca (República Argentina), Rev. Inst. Anthrop. U.N. Tucumán, 4:249-268, San Miguel de Tucumán, República Argentina.

PEREZ, JOSE A.

- 1968 Subárea de Humahuaca, Actas y Memorias 37 Congreso Internacional de Americanistas, 1966, 2:273-293, Buenos Aires, República Argentina.

POSNANSKY, A.

- 1914 Una Metrópoli Prehistórica en la América del Sud, 1, 275 pp., Ed. Dietrich Reiner (Ernst Vohsen), Berlín, Alemania.

RAO, C.R.

1952 Advanced statistical methods in biometrics research, 390 pp., J. Wiley, New York, U.S.A.

RIGHTMIRE, C.P.

1970 Iron age skul from Southern Africa reassessed by Multiple Discriminant Analysis, Am. J. Anthrop., 33 (2): 147-168, Philadelphia, U.S.A.

ROITTER, H.G. de

1976 Métodos para clasificar observaciones multivariantes - un caso de aplicación al campo económico (tesis), Inst. Matem. y Estad. Fac. C. Econ., Univ. Nac. Cba., Córdoba, República Argentina.

TORRES, L.M.

1911 Los Primitivos Habitantes del Delta del Paraná, Universidad Nacional de La Plata, Biblioteca Centenaria, 4, 616 pp., Buenos Aires, República Argentina.

(N-K) son los grados de libertad en los cuales está basada la estimación de la matriz $w_{jj'}$.

$|w_{jj'}|$ es el determinante de la matriz común.

$|w_{jj'}|_k$ son los determinantes de las matrices de dispersión para cada grupo.

Para la prueba de hipótesis correspondiente se requieren los siguientes parámetros:

$$A_1 = \left(\sum_k \frac{1}{n_k} - \frac{1}{N} \right) \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(k-1)(p+1)} ; A_2 = \left(\sum_k \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{N^2} \right) \frac{(p-1)(p+2)}{6(K-1)}$$

si $(A_2 - A_1^2)$ es positivo

$$\text{entonces } f_1 = 0.5(K-1)p(p+1) \quad ; \quad f_2 = (f_1 + 2) / (A_2 - A_1^2)$$

$$b = f_1 / (1 - A_1 - f_1 / f_2)$$

la estadística $F = M/b \sim \mathcal{F}_{f_1}^{f_2}$ grados de libertad*

en todos los casos $k = n^\circ$ de grupos y $p = n^\circ$ de variables

V. Cálculo de la D^2 de Mahalanobis para dos grupos

Siguiendo a Rao (1952:246-247) la estadística D^2 puede ser obtenida:

$$D_P^2 = \left[\sum w^{jj'} (\bar{y}_{jk} - \bar{y}_{j'k'}) (\bar{y}_{j'k'} - \bar{y}_{jk}) \right]$$

donde $w^{jj'}$ es la inversa de la matriz de dispersión común (II), $j=j'=1, J$ variables y $k=k'=1, 2$ grupos.

Para docimar la hipótesis H_1 especificando la igualdad entre los vectores medias de los grupos, para J variables, se efectúa la siguiente transformación:

$$\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 - J - 1)}{J(N_1 + N_2) (N_1 + N_2 - 2)} D^2$$

la estadística resultante se distribuye como un cociente de varianzas F con J y $(N_1 + N_2 - 1 - J)$ grados de libertad.

* Ver final de este Apéndice.

VI. Cálculo de la D^2 generalizada para todos los grupos

$$V_{JK} = \sum_j^J \sum_{j'}^J w^{jj'} \sum_k^K N_k (\bar{y}_{jk} - \bar{y}_j) (\bar{y}_{j'k} - \bar{y}_{j'})$$

$$\text{donde } \bar{y}_j = (\sum_k N_k \bar{y}_{jk}) / (\sum_k N_k)$$

puede ser empleada como una adecuada generalización de la D^2 de Mahalanobis en su forma clásica.

V_{JK} se distribuye como una χ^2 con $J(k-1)$ grados de libertad, para la d^ocima de hipótesis referida a los vectores medios de todos los grupos (Rao, *op. cit.*:257).

La expresión anterior de acuerdo a Roitter (1975) puede adoptar la forma:

$$D_{JK}^2 = \text{tr} (d'S^{-1}d) \quad (1)$$

en donde d es la matriz de orden $J \times K$, que tiene por elemento genérico a :

$$d_i^k = \sqrt{n_k} (\bar{y}_{jk} - \bar{y}_j)$$

También como antes D_{JK}^2 se distribuye como una χ^2 con $J(K-1)$ g.l.

VII. Análisis de conglomerados (Cluster Analysis)

Sea el conjunto de n puntos representado por a^i , $i=1,1$, y b_{ij} las distancias entre pares de ellos, donde $i \neq j$; $i=1, j-1$; $j=2, J$; siendo la distancia entre a_1 y $a_2 = \sqrt{b_{12}}$.

De esta manera la semimatriz de distancias puede ejemplificarse así:

$$\begin{array}{cccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_J \\ & b_{12} & b_{13} & b_{14} \dots & & b_{1J} a_1 \\ & & b_{23} & b_{24} \dots & & b_{2J} a_2 \\ & & & b_{34} \dots & & b_{3J} a_3 \\ & & & & & b_{4J} a_4 \\ & & & & & a_5 \\ & & & & & \vdots \\ & & & & & a_{J-1} \end{array}$$

(1) Dada una matriz cuadrada A la cantidad $\text{tr} = \sum_i a_{ii}$, se denomina traza de la misma.

La suma de cuadrados total está dada por la expresión:

$$SCT = \sum_{i,j} b_{ij} / N$$

Los n puntos pueden ser divididos de $2^{n-1} - 1$ maneras diferentes y en forma secuencial haciendo por un lado las C_n^r y por el otro las C_n^{n-r} , para $r = 2, n/2$ para números pares de datos y $r = 2, n-1/2$ para números impares.

El criterio para elegir la mejor división está dado por un cálculo tipo análisis de la varianza; en el cual para cada combinación se calcula:

$$\begin{aligned} \text{entonces} \quad SCT &= SCW + SCB \\ SCB &= SCT - SCW \end{aligned}$$

en donde la SCT es la suma de cuadrados total, la SCW es la suma de cuadrados dentro de grupos y SCB la suma de cuadrados entre grupos.

La mejor división será la asociada con el mayor valor de SCB (y el menor de SCW), expresado como porcentaje de la SCT.

El procedimiento anterior se repite secuencialmente con los grupos asignados a cada rama del dendrograma, hasta completar la destrucción jerárquica de la variación total.

por ejemplo: sea la división

$$a_1 a_2 : a_3 a_4 a_5 \dots a_J$$

$$\text{la SCW} = (b_{12}/2) + (b_{34} + b_{3J} + b_{JJ}/J-2)$$

$$\text{SCB} = SCT - SCW$$

$$\text{y } SCB\% = SCB \cdot 100 / SCT$$

Para mayores detalles véase Edwards y Cavalli-Sforza, *op. cit.* y Rao, *op. cit.*:361-364).

La cuestión se reduce entonces a elegir el mayor valor de la SCB% (o el menor de SCW) entre todas las combinaciones posibles, es decir en tre todas las divisiones realizadas y proceder de igual manera hasta el final, dejando un solo objeto en cada rama del dendrograma.

VIII. Análisis de correlación y de regresión

Dado un conjunto de observaciones y_i y otro representado por x_i , entonces el coeficiente de correlación entre la variable dependiente "y" y la independiente "x", se define como:

$$r = \frac{\text{Cov}(y, x)}{\sqrt{S_x^2} \sqrt{S_y^2}}$$

donde S^2 son las varianzas de cada serie de observaciones.

El coeficiente de regresión se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} \beta &= r_{y/x} \cdot r_{x/y}^{-1} \\ b &= \beta \cdot \frac{S_y}{S_x} \end{aligned}$$

donde S son las desviaciones estandard

La ordenada al origen:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

La suma de cuadrados atribuible a la regresión (variación explicada) se calcula por:

$$SS_{AR} = R^2 \cdot \sum_i (y_i - \bar{y})^2$$

$$\text{en donde } R^2 = \beta_i \cdot r$$

La suma de cuadrados de los desvíos con respecto a la línea de regresión (variación no explicada):

$$SS_{DR} = \sum_i (y_i - \bar{y})^2 - SS_{AR}$$

El valor "F" para la d{ocima de la hip{otesis referida a la bondad del ajustamiento:

$$F = \frac{SS_{AR} (n-k-1)}{SS_{DR} (k)}$$

La varianza de la estimaci{on (y_i) viene dada por:

$$s_{y \cdot x}^2 = \frac{SS_{DR}}{n-k-1}$$

donde $n = n^\circ$ de observaciones

La desviación estándar del coeficiente de regresión:

$$s_b = \sqrt{\frac{r^{-1}}{\sum (x - \bar{x})^2} \cdot s_{y \cdot x}^2}$$

El valor "t" para la H_0 que especifica que $b = 0$

$$t = b/s_b$$

(tomado del 1,130 Scientific Subroutine Package, IBM Programmer's Manual: 23-26, 1968).

IX. Cálculo de las funciones discriminantes

De acuerdo a Cooley y Lohnes (*op. cit.*:117-119), las funciones discriminantes pueden ser calculadas como los vectores asociados con los valores propios de la siguiente ecuación:

$$|W^{-1}A - \lambda I| = 0 \quad (*)$$

donde I : es la matriz identidad

W : es la matriz pool de productos cruzados de desviaciones dentro de grupos definida por:

$$w_{ij} = \sum_{k=1}^g \left\{ \sum_{n=1}^{N_g} (x_{ikn} - \bar{x}_{ik})(x_{jkn} - \bar{x}_{jk}) \right\} \quad (\text{similar numerador de la expresión consignada en II}), \text{ para } k=1 \dots g \text{ (grupos); } i=1 \dots p \text{ (variables, } i \neq j \text{) y } n=1 \dots N_g.$$

A : es la matriz de productos cruzados de desviaciones entre grupos definida por:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^g N_g (\bar{x}_{ik} - \bar{x}_i)(\bar{x}_{jk} - \bar{x}_j)$$

esta matriz puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$A = T - W$$

en donde T se define como:

$t_{ij} = \sum_{n=1}^N (x_{in} - \bar{x}_i)(x_{jn} - \bar{x}_j)$, la matriz suma de productos cruzados de desviaciones de todas las observaciones.

λ : las raíces latentes o valores propios de la ecuación anterior. (*)

La ecuación matricial $(W^{-1}A - \lambda I)v = 0$ es obtenida de la derivación parcial del cociente:

$$\lambda_i = \frac{v_i' A v_i}{v_i' W v_i} \quad i=1, 2, 3, \dots, r,$$

donde r es la menor de las cantidades (q-1) y m

Este cociente será maximizado tratando que la suma de cuadrados entre grupos $v_i' A v_i$, llegue a ser mayor relativamente a la suma de cuadrados dentro de grupos $v_i' W v_i$.

Las funciones discriminantes están representadas por los vectores propios (v_i) y la magnitud relativa de los valores propios con ellos asociados (λ_i), indican en que cantidad los grupos pueden ser diferenciados por dichas funciones.

Para medir el poder discriminante de la batería de variables empleadas se usa el criterio lambda (Λ) de Wilk, que puede ser derivado como función de las raíces de $W^{-1}A$, de la siguiente manera:

$$\Lambda = \prod_{i=1}^r \left(\frac{1}{1 + \lambda_i} \right)$$

Este criterio puede ser transformado en un cociente entre varianzas F, de acuerdo a Rao (op. cit.: 260-262) definiendo previamente las siguientes cantidades:

$$s = (p^2 q^2 - 4) / (p^2 + q^2 - 5), \quad q = q - 1$$

$$m = n - (p + q + 1) / 2, \quad n = N - 1$$

$$\lambda = -(pq - 2) / 4$$

$$r = pq / 2$$

$$\text{entonces } F_{ms+2\lambda}^{2r} = \left(\frac{1 - \Lambda^{1/5}}{\Lambda^{1/5}} \right) \left(\frac{ms + 2\lambda}{2r} \right)$$

El poder discriminante de cada función (v_i) con respecto a la variación total puede ser calculado como sigue:

$$100 \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^r \lambda_i} \right)$$

Esta cantidad permite seleccionar un número dado de funciones discriminantes que, en la mayoría de los casos, en conjunto permitan explicar el 80 o 90 por ciento de la variación total.

La matriz de valores medios o centroides en el espacio reducido puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$C_{(r,g)} = V'_{(r,m)} \cdot M_{(m,g)}$$

al igual que la matriz de dispersión de cada grupo:

$$DD_{g(r,r)} = V'_{(r,m)} \cdot D_{g(m,m)} \cdot V_{(m,m)}$$

X. Clasificación de las observaciones

Este tema se encuentra vinculado con la d^ocima de un conjunto de hipótesis mutuamente excluyentes, cuya norma general se escribe:

$$P(H_j/X_i) , i = 1, 2, \dots, N \text{ y } j = 1, 2, \dots, g$$

significando la probabilidad de la j ésima hipótesis dado el i ésimo individuo. Existen, por ello, un conjunto "g" de hipótesis que establecen la pertenencia de una observación a un grupo dado, aceptándose aquella para la cual la probabilidad es mayor.

Dicha probabilidad puede ser calculada de la siguiente manera:

$$P_{ij}(H_j/X_i) = \frac{\frac{p_j}{|D_j|} e^{-\frac{X_i^2}{2}}}{\sum_k \frac{p_k}{|D_k|} e^{-\frac{X_k^2}{2}}} \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, j, \dots, g \\ i = 1, 2, \dots, N \end{array}$$

donde: p_j es la probabilidad "a priori" del individuo en el grupo j (es decir la proporción de la población correspondiente al grupo)

$|D_j|$ es el determinante de la matriz de dispersión del j^{esimo} grupo en el espacio reducido

X_i^2 se determina a partir de la forma cuadrática $X_i' D^{-1} X_i$,
 en donde X_i es un vector de desvíos: $(X_{1j} - \bar{X}_1, X_{2j} - \bar{X}_2, \dots, X_{mj} - \bar{X}_m)$

y D^{-1} , es la inversa de la matriz de dispersión común dentro de grupos en el espacio reducido.

De esta forma es posible establecer la siguiente pauta de decisión

$$R_j \cap P_{ij} \geq P_{ik} \quad j, k = 1, 2, \dots, g ; j \neq k$$

por la cual se especifica que la región del espacio test para el grupo j (R_j) está definida por el lugar en donde las probabilidades de los individuos de ser miembros de ese grupo son mayores que para cualquier otro conjunto.

Los programas de computación de uso corriente que ejecutan esta parte chequean por grupo las probabilidades de las observaciones, asígnándolas al conjunto para el cual presentan el mayor valor. La salida (output) suministra el número del grupo original, el de la observación, su mayor probabilidad y el número de aquel conjunto al cual es asignada.

Para mayores detalles se recomienda Cooley y Lohnes (*op. cit.*:134-145) y Rao (*op. cit.*:273-300).

en cambio si $(A_2 - A_1^2)$ es negativo, se procede haciendo:

$$f_1 = 0.5(k-1) p (p+1) ; f_2 = (f_1+2)/(A_1^2 - A_2)$$

$$b = f_2/(1-A_1+2/f_2)$$

la estadística $F = f_2 M / f_1 (b-M)$ se distribuye como $F_{f_1, f_2}^{g.1.}$

en todos los casos $k =$ número de grupos y $p =$ número de variables.

FE DE ERRATAS

PAGINA	REGLON	DONDE DICE	DEBE DECIR
1	7	nueva	nueve
4	3	raza	razas
4	17	último adquiere	último caso adquiere
5	4	Canals Frau (1953)	Canals Frau 1953)
5	6	Andinos	Andidos
5	7	Fueguinos	Fueguidos
12	1	Dillinius	Dillenius
15	6	figuras	figuran
15	23	Cussenhoven	Gussenhoven
15	23	Mckern	Mc Kern
17	25	antre	entre
18	30	funciones indicada	funciones es indicada
26	17	de sus relaciones	de las relaciones
26	19	división	división
29	36	écocas	épocas

IMPRESO - IMPRENTA
MUSEO NACIONAL DE HISTORIA NATURAL
CASILLA 787 - SANTIAGO (CHILE)

